Universidade de Brasília
Departamento de Matemática

Variável Complexa 1 - Turma 02 - 02/2023

Atividade em Sala 1 - 31/08/2023 - Valor: 1 pt.

Início: 20h50m Término:22h30m

Nome: ______________________________ Número de Matrícula: ____________

Instruções Esta atividade é composta por 6 questões e deve ser feita individualmente e com consulta ao livro texto. As respostas devem ser manuscritas em letra legível.

Questões

1. Reduza os seguintes números complexos à forma $z = a + ib$:

   a) $(1-3i)^2 - \pi i$

   b) $-i(-1+i)+2$

   c) $\dfrac{1}{i}$

   d) $(3+i)(1-11i)$

   e) $(\sqrt{2} - i\sqrt{5})(\sqrt{5} + i\sqrt{2})$

   f) $\dfrac{1}{1-i}$

2. Reduza à forma $z = a + ib$

   (a) $\dfrac{3-4i}{2i}$ (b) $\dfrac{(2-2i)^2}{1+i}$ (c) $\dfrac{z-\overline{z}i}{\overline{z}-zi}$, onde $z = x + iy$.

3. Mostre que para todo número complexo $z = a + ib$, temos $|z| = |\overline{z}|$.

4. Usando a identificação natural de $\mathbb{C}$ com o espaço euclidiano bi-dimensional $\mathbb{R}^2$ e seus conhecimentos de Geometria Analítica, faça um esboço dos conjunto de todos os números complexos satisfazendo as seguintes restrições:

   (a) $|z| = |z-1|$ (b) $|z| = |\overline{z}-1|$ (c) $a|z| = |z-1|$, onde $a \in \mathbb{R}\backslash\{0,1\}$.

5. Seja $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \ldots + a_nx^n$ um polinômio de coeficientes reais, isto é, $a_j \in \mathbb{R}$ para todo $j = 1, \ldots, n$. Mostre que se z é uma raíz deste polinômio, isto é, $P(z) = a_0 + a_1z + a_2z^2 + \ldots a_nz^n = 0$, então $P(\overline{z}) = 0$.

6. Mostre que três pontos no plano complexo $a = a_1 + ia_2$, $b = b_1 + ib_2$ e $c = c_1 + ic_2$ são colineares se, e somente se,

$$\text{Det}\begin{pmatrix} 1 & a & \overline{a} \\ 1 & b & \overline{b} \\ 1 & c & \overline{c} \end{pmatrix} = 0.$$