



## Variável Complexa 1 - MAT0028

Plano de Ensino – 2º/2020

Turma 02A

Professor: Leandro Cioletti  
email: leandromat@unb.br  
homepage: www.mat.unb.br/cioletti

**EMENTA:** Números complexos. Funções de uma variável. Equações de Cauchy-Riemann. Funções analíticas. A função exponencial. A função logaritmo. Séries de números complexos. Séries de Taylor. Contornos. Integrais de linha. O Teorema de Cauchy. A Fórmula Integral de Cauchy. Teorema de Morera. Teorema Fundamental da Álgebra. Teorema do Módulo Máximo. Teorema de Liouville. Séries de Laurent. Singularidades isoladas. Teorema dos Resíduos e aplicações ao cálculo de integrais impróprias de funções reais. Aplicações de Möbius. Lema de Schwarz.

**PROGRAMA:** o curso terá duração de 16 semanas divididas em 3 módulos. O conteúdo de cada um deles é descrito a seguir.

Aula	Módulo 1	Data
1	Introdução aos Números Complexos	01/02
2	O Corpo $\mathbb{C}$	02/02
3	Representação Polar dos Números Complexos	04/02
Lista de Exercícios 1		
4	Domínios e Curvas no Plano Complexo	08/02
5	Limites, Continuidade e Diferenciabilidade em $\mathbb{R}^2$	09/02
6	O Teorema de Green	11/02
Lista de Exercícios 2		
7	Funções Complexas: Limite, Continuidade e Derivada	15/02
8	Funções Holomorfas e Condições de Cauchy-Riemann	18/02
Lista de Exercícios 3		
09	A Exponencial Complexa e Ramos do Logaritmo	22/02
10	Caracterização dos Ramos do Logaritmo	23/02
11	Potências Arbitrárias	25/02
Lista de Exercícios 4		
12	Sequências de Números Complexos e o Critério de Cauchy	01/03
13	Séries Numéricas em $\mathbb{C}$ e Critérios de Convergência	02/03
14	Séries de Potências e Raio de Convergência	04/03
Lista de Exercícios 5		
15	Convergência Absoluta e Diferenciabilidade de Séries de Potências	08/03
16	Princípio da Identidade para Séries de Potência	09/03
<b>Prova 1</b>		11/03

<b>Aula</b>	<b>Módulo 2</b>	<b>Data</b>
17	A Integral Complexa	15/03
18	O Teo. Fund. Calc. Complexo e Estimativas da Norma da Integral	16/03
19	O Teorema de Cauchy-Goursat	18/03
<b>Lista de Exercícios 6</b>		
20	Primitivas em Domínios Estrelados	22/03
21	A Fórmula Integral de Cauchy e o Teorema de Liouville	23/03
22	Teoremas Fundamental da Álgebra e Módulo Máximo	25/03
<b>Lista de Exercícios 7</b>		
23	Funções Holomorfas e Séries de Potências	29/03
24	O Teorema de Cauchy e o Teorema de Morera - Parte 1	30/03
25	O Teorema de Cauchy e o Teorema de Morera - Parte 2	01/04
<b>Lista de Exercícios 8</b>		
26	A função Zeta de Riemann	05/04
27	Continuação Analítica da função Zeta de Riemann	06/04
28	Função Theta de Chebyshev	08/04
<b>Lista de Exercícios 9</b>		
29	Transformada de Laplace e o Teorema Tauberiano de Newman	12/04
30	Comportamento assintótico da função $\vartheta(x)$	13/04
<b>Prova 2</b>		15/04

<b>Aula</b>	<b>Módulo 3</b>	<b>Data</b>
31	O Teorema de Laurent	19/04
32	Classificação das Singularidades	20/04
33	Teorema de Casorati-Weierstrass e Exemplos	22/05
<b>Lista de Exercícios 10</b>		
34	O Teorema dos Resíduos	26/04
35	O Teorema de Rouché	27/04
36	Cálculo de Integrais Utilizando Resíduos - Parte 1	29/04
<b>Lista de Exercícios 11</b>		
37	Cálculo de Integrais Utilizando Resíduos - Parte 2	03/05
38	Aula de Exercício	04/05
39	A Esfera de Riemann $\mathbb{C}_\infty$ e Aplicações de Möbius	06/05
<b>Lista de Exercícios 12</b>		
40	Razão Cruzada e a Invariância da Família de Círculos	10/05
41	Exemplos e Aplicações - Polinômios de Lee-Yang de Grau Três	11/05
42	O Teorema da Classificação dos Biholomorfismos do Disco	13/05
<b>Lista de Exercícios 13</b>		
43	O Teorema do Número Primo - Parte 1	17/05
44	O Teorema do Número Primo - Parte 2	18/05
<b>Prova 3</b>		20/05

## Observações:

1) É fundamental que todos os estudantes realizem o cadastro nas plataformas:

- MOODLE-MAT [www.moodle.mat.unb.br](http://www.moodle.mat.unb.br)
- MICROSOFT-TEAMS [login.microsoftonline.com/?whr=unb.br](http://login.microsoftonline.com/?whr=unb.br)

Toda a comunicação do curso se dará por intermédio destes canais e todos alunos devidamente registrados no sistema SIGAA até o dia 31/01/2021 serão automaticamente adicionados a Equipe Teams: **Variável Complexa 1 - 2020/2 - Turma 02A**. O mesmo procedimento deverá ocorrer para o Moodle-MAT. O aluno regularmente matriculado que não conseguir acesso a equipe (Teams) e turma (Moodle-MAT) deve entrar em contato pelo e-mail [leandromat@unb.br](mailto:leandromat@unb.br);

2) As aulas síncronas serão realizadas em uma sala virtual do aplicativo Microsoft-Teams no ambiente virtual da equipe mencionada no item anterior.

Os alunos devidamente matriculados que tiverem algum problema para ingressar na equipe, devem entrar em contato imediatamente pelo e-mail [leandromat@unb.br](mailto:leandromat@unb.br).

3) *Horário de Atendimento aos alunos.* O atendimento extraclasse será realizado quarta e sextas-feiras das 14h00m às 14h25m por videoconferência e ou chat pelo Microsoft Teams.

**Estruturação do curso/Metodologia:** Serão realizadas/disponibilizadas semanalmente atividades como segue abaixo.

1) Atividades síncronas:

- (a) As aulas síncronas ocorrerão todas as segundas-feiras, exceto aquelas que coincidirem com recessos previstos no calendário acadêmico 2º/2020 da Universidade de Brasília. Elas serão realizadas or videoconferências através da plataforma Microsoft Teams. A reunião será iniciada 3 minutos antes do horário da usual da aula. Nestas videoconferências o professor apresentará o conteúdo da semana e os alunos poderão tirar dúvidas;
- (b) Mensagens por chat via Microsoft Teams serão respondidas nos horários usuais de aula bem como nos horários de atendimento.

2) Atividades assíncronas que serão disponibilizadas:

- (a) videoaulas gravadas e disponibilizadas na plataforma Microsoft Streams;
- (b) notas de aula do quadro virtual formato PDF;
- (c) notas de aula de tópicos complementares em formato PDF;
- (d) exercícios a serem entregues semanalmente pelos alunos. As listas de exercício serão disponibilizadas na plataforma Microsoft Teams, no Moodle-MAT e na homepage [www.mat.unb.br/cioletti](http://www.mat.unb.br/cioletti);
- (e) fóruns de discussão do Microsoft Teams;

### Observações:

- 1) A frequência dos (das) estudantes será aferida nas video conferências durante os horários usuais das aulas, por meio de software de auditoria de horários de autenticações de entrada e saída da plataforma Teams. O aluno que não puder participar de algum encontro síncrono terá de fazer atividades referentes a semana: lista de exercícios e assistir a gravação da videoconferência; bem como entregar a lista de exercícios da semana corrente dentro do prazo determinado (ver tabela abaixo) para ter sua presença registrada.
- 2) as atividades síncronas terão todo conteúdo ministrado gravados e disponibilizado na plataforma Microsoft Streams;
- 3) os estudantes que por algum motivo não entregarem as atividades no prazo, deverão comunicar o professor pelo email: leandromat@unb.br apresentando justificativa devidamente comprovada de acordo com os casos especificados pelo CEPE e solicitar o reagendamento.

### Avaliação:

- 1) **Listas de Exercícios.** Cada lista de exercícios terá valor de 10 pontos. As soluções dos exercícios devem ser entregues em um arquivo único em formato PDF nomeados segundo o seguinte padrão `<num.matricula>-lista<num.lista>.pdf` . Este arquivo deve conter scanner das soluções manuscritas, pelo próprio aluno, dos exercícios referentes à semana. É também permitido que este arquivo PDF tenha sido gerado por arquivo fonte  $\text{\LaTeX}$  de autoria do próprio aluno. Por exemplo, o aluno de matrícula 19/345678 deverá entregar a Lista de Exercícios 4 com o seguinte nome `19345678-lista4.pdf`. Este arquivo deve ser enviado **EXCLUSIVAMENTE** para o e-mail leandromat@unb.br até as 23h59min do dia determinado na tabela abaixo.

Lista de Exercício	Data de Entrega
Lista 1	07/02/2021
Lista 2	14/02/2021
Lista 3	22/02/2021
Lista 4	28/02/2021
Lista 5	07/03/2021
Lista 6	21/03/2021
Lista 7	28/03/2021
Lista 8	05/04/2021
Lista 9	11/04/2021
Lista 10	25/04/2021
Lista 11	02/05/2021
Lista 12	09/05/2021
Lista 13	16/05/2021

2) **Provas Escritas.** Além das listas de exercícios, relacionadas acima, a avaliação será composta também por mais três provas individuais, escritas e sem consulta.

(a) **Prova 1 - 11/03/2021.** A Prova 1 será realizada no dia 11/03/2021 e será atribuída uma nota de 0 a 10 pontos. Um arquivo PDF contendo as questões da prova será disponibilizado na plataforma Teams cinco minutos antes do horário usual da aula. Cada aluno deve fazer a prova individualmente e sem consulta. A prova deve ser feita a caneta azul ou preta em folha de papel A4 e terá duração de 110 minutos, contados a partir do início da aula. Terminado o tempo de prova, o aluno não poderá acrescentar nem fazer nenhuma mudança nas respostas. Deve, em seguida, digitalizar imediatamente sua prova e enviar em um único arquivo em formato PDF (em no máximo 30 minutos após o final da prova) todas as páginas digitalizadas contendo apenas suas respostas para o e-mail leandromat@unb.br Este arquivo deve ser enviado com nome no seguinte padrão <num.matricula>-prova<num.prova>.pdf. Por exemplo, o aluno de matrícula 19/345678 deverá enviar a Prova 2 com o seguinte nome: 19345678-prova2.pdf. A prova deve constar a assinatura e as respostas com a caligrafia do próprio aluno. Soluções entregues fora do prazo, digitadas ou por outros canais não serão consideradas e o estudante receberá nota zero pela avaliação. Haverá avaliação quanto à clareza, apresentação e formalização das respostas dadas a cada questão. Em caso de solicitação de revisão de nota, as questões que tiverem sido respondidas, mas que não tiverem o desenvolvimento das contas organizados e compatível com a resposta apresentada, não serão pontuadas. Os alunos que não puderem fazer a prova individualmente por apresentar condições especiais terão que comunicar ao professor o motivo e apresentar documentação pertinente a tal solicitação em acordo com as normas do CEPE.

(b) **Prova 2 - 15/04/2021.** A Prova 2 será realizada no dia 15/04/2021. Será atribuída nota de 0 a 10 pontos e seguirá os mesmos critérios da Prova 1.

(c) **Prova 3 - 20/05/2021.** A Prova 3 será realizada no dia 20/05/2021. Será atribuída nota de 0 a 10 pontos e seguirá os mesmos critérios da Prova 1.

3) **Notal Final.** A nota final (NF) será calculada de acordo com a seguinte fórmula:

$$NF = \frac{E + 17P_1 + 30P_2 + 40P_3}{100},$$

onde  $E = E_1 + \dots + E_{13}$ ,  $E_i$  a nota da  $i$ -ésima lista de exercícios e  $P_1, P_2, P_3$  são as notas obtidas nas Provas 1, 2 e 3, respectivamente.

### Considerações Finais:

1) A normas deste curso, realizado no período excepcional da pandemia de COVID-19, obedecem a Resolução CEPE N. 117/2020.

2) O processamento e armazenamento dos arquivos PDF's a serem enviados ao professor (listas de exercícios e provas) serão feitos de maneira automatizadas. Portanto todos arquivos ao serem enviados devem ter o nome exatamente como no padrão especificado anteriormente. Arquivos enviados com nomes fora do padrão e para qualquer outro destino que não seja o endereço eletrônico leandromat@unb.br serão descartados ou não processados pela rotina de automação e será atribuída nota zero a atividade correspondente a cada um dos arquivos enviados de maneira irregular.

3) As aulas síncronas serão gravadas oficialmente(pelo professor) e disponibilizadas na plataforma Microsoft Streams, pelo período de 20 dias a contar do dia da realização da mesma.

4) O estudante que tenha perdido alguma das avaliações por motivos justificados (segundo as resoluções do CEPE) e que apresentar documentação comprobatória estará apto a realizar uma prova substitutiva, no dia 21/05/2021. Tal prova será única, inadiável, monitorada e abrangerá **todo o conteúdo da disciplina.** Em caso de perda de mais de uma prova, a nota da prova substitutiva substituirá a nota da prova perdida de maior valor.

- 5) É vedado ao aluno gravar, publicar ou divulgar qualquer parte das aulas, do material didático ou quaisquer conteúdos deste curso, produzidos pelo professor, sem autorização expressa e por escrito do mesmo.
- 6) Alunos que não estiverem regularmente matriculados neste curso não poderão participar de nenhuma das atividades descritas neste plano de ensino.

### **Bibliografia Indicada:**

- 1) Márcio Gomes Soares. *Cálculo em uma Variável Complexa*, 5ª edição, Sociedade Brasileira de Matemática, (2016). ISBN: 978-8524401442.
- 2) James Brown & Ruel Churchill. *Variáveis Complexas e Aplicações*, 9ª edição, Mc Graw Hill, (2015). ISBN: 978-8580555172.
- 3) E. Stein & R. Shakarchi. *Complex Analysis*, first edition, Princeton University Press, (2003). ISBN: 978-0691113852.
- 4) B. Simon. *Basic Complex Analysis: A comprehensive course in Analysis, Part 2A*, first edition, American Mathematical Society, (2015). ISBN: 978-1470411008.
- 5) John. B. Conway: *Functions of One Complex Variable*. Second Edition, Springer-Verlag, (1978). ISBN: 978-0387903286.
- 6) Lars V. Ahlfors. *Complex Analysis*. Third edition, Mc Graw Hill, (1978), An introduction to the theory of analytic functions of one complex variable. ISBN: 978-0070850064.
- 7) Textos disponibilizados quinzenalmente pelo professor na plataforma Moodle e na página [www.mat.unb.br/cioletti](http://www.mat.unb.br/cioletti)
- 8) M. Ya. Antimirov, A. A. Kolyshkin & R. Vaillancourt. *Complex Variables - Second edition*, Academic Press (1998). ISBN: 978-0120595457.  
OBS: bibliografia disponível gratuitamente para uso pessoal através do endereço [www.site.uottawa.ca/remi/publications.html](http://www.site.uottawa.ca/remi/publications.html)
- 9) Stephan Ramon Garcia. *The Prime Number Theorem as a Capstone in a Complex Analysis Course*, Preprint arXiv:2005.12694v3, (2020).