Universidade de Brasília - IE
Departamento de Matemática

Cálculo I

Lista de Exercícios – Semana 8 – 1.º/2004

1) [**1.⁰/2002**] Suponha que, ao preço de R$ 1,00 por lata, uma loja vende 500 latas de refrigerante por semana, sendo que o custo unitário é de R$ 0,60. Para cada centavo que a loja reduza no preço, a quantidade vendida aumenta de 25 latas. Indicando por x o número de centavos que são reduzidos no preço de cada lata, sejam $T(x)$ e $L(x)$, respectivamente, o valor total da venda e o lucro total obtido semanalmente com a venda das latas. Nessas condições, julgue os items a seguir.

| C | E | a) Retirando-se x centavos do preço de cada lata, o número de latas vendidas semanalmente é igual a $500 + 25x$.

| C | E | b) $T(x) = (1 - 0,01x)(500 + 25x)$.

| C | E | c) O lucro semanal obtido quando são reduzidos 8 centavos do preço de cada lata é inferior a R$ 220,00.

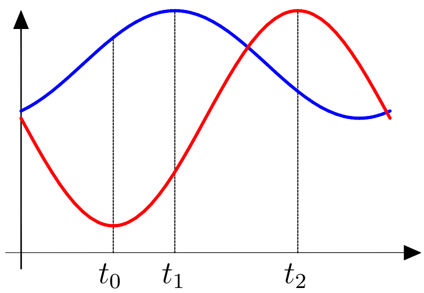
| C | E | d) A função $L(x)$ possui dois pontos críticos.

| C | E | e) O preço de venda de cada lata de refrigerante para que o lucro semanal seja máximo é inferior a R$ 0,95.

2) [**2.⁰/2002**] Suponha que em uma reserva ecológica, por um período de 12 meses, o número de gaviões e de ratos sejam dados, respectivamente, pelas funções

$$G(t) = 90 - 20\,\mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{6}\,t\right) \quad \text{e} \quad R(t) = 100 + 10\,\mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{6}\,t - \frac{\pi}{3}\right),$$

em que o tempo $t \in [0, 12]$ é medido em meses. Os gráficos dessas funções estão ilustrados na figura abaixo. Observe que, entre os instantes t_1 e t_2 indicados na figura, o crescimento do número de gaviões provoca uma queda no número de ratos que, por sua vez, provoca a diminuição do número de gaviões a partir de t_2. Essas alterações cíclicas de população são comuns aos sistemas presa-predador.



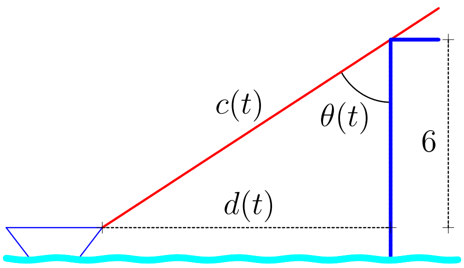
a) Determine o instante t_1 em que o número de ratos é máximo.

b) Determine o intervalo (t_0, t_2) no qual a função $G(t)$ é crescente.

c) Determine os instantes em que a *taxa de variação* de $R(t)$ passa de crescente para decrescente.

d) Lembrando que $\cos(a-b) = \cos(a)\cos(b) + \mathrm{sen}(a)\,\mathrm{sen}(b)$, determine o instante $t \in [0, 5]$ no qual a soma das populações de gaviões e de ratos atingiu o seu valor máximo.

3) **[1.^{0}/2003]** Suponha que um barco seja puxado para o cais por uma corda presa à sua proa, situada 6 m abaixo do apoio da corda no cais, conforme a figura abaixo. Suponha ainda que a corda seja puxada com uma velocidade de 2 m/s. Nesse caso, o comprimento $c(t)$ da corda entre a proa e o apoio, a distância $d(t)$ do barco ao cais e o ângulo $\theta(t)$ entre a corda e a vertical são funções do tempo t. Denote por t_0 o instante em que $c(t_0) = 10$ m.



a) Calcule o valor de $d(t_0)$.

Resposta:

b) Calcule a derivada $d'(t_0)$.

Resposta:

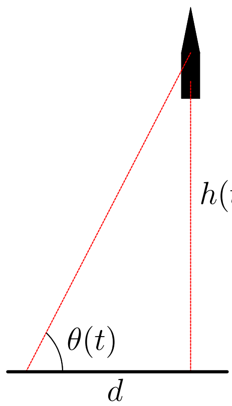
c) Calcule o valor de $\mathrm{tg}(\theta(t_0))$.

Resposta:

d) Usando os itens anteriores e a regra da cadeia, calcule o valor de $\theta'(t_0)$.

Resposta:

4) **[2.^{0}/2003]** Para filmar o lançamento de um foguete, uma câmera é colocada a uma distância $d = 300$ m da plataforma de lançamento, conforme ilustra a figura abaixo. Indique por $h(t)$ a altura (em metros) do foguete e por $\theta(t)$ o ângulo (em radianos) que a câmera faz com a horizontal t segundos após o lançamento. No que segue, use as aproximações $\mathrm{tg}(\pi/6) = 0,58$ e $\mathrm{tg}(\pi/3) = 1,73$.



a) Obtenha uma expressão de $\theta(t)$ em termos de d, de $h(t)$ e das funções trigonométricas inversas.

Resposta:

b) Calcule o valor de $\theta(t)$ no instante t em que $h(t) = 174$ m.

Resposta:

c) Obtenha uma expressão para a a velocidade angular $\theta'(t)$ do movimento da câmera em termos de d, de $h(t)$ e da velocidade $h'(t)$ do foguete.

Resposta:

d) Determine o valor do quociente $\theta'(t)/h'(t)$ no instante t em que $h(t) = 174$ m.

Resposta: