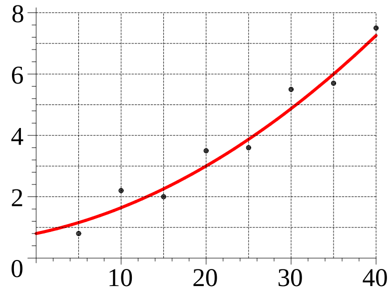
Cálculo I

Lista de Exercícios – Semana 12 – 1.º/2004

1) [**1.º/2002**] Seja $s(t)$ a posição de uma partícula que se desloca ao longo de uma reta coordenada. Suponha que, durante 40 segundos, a velocidade dessa partícula - em m/s - tenha sido medida a cada 5 segundos, com os resultados registrados no gráfico a seguir. Após esse procedimento, a velocidade foi modelada pela função $v(t)$ cujo gráfico está também ilustrado abaixo. Nessas condições, julgue os itens a seguir.



| C | E | a) A partir dos pontos correspondentes às medições da velocidade, conclui-se que a aceleração da partícula foi constante entre os instantes $t = 5$ e $t = 15$.

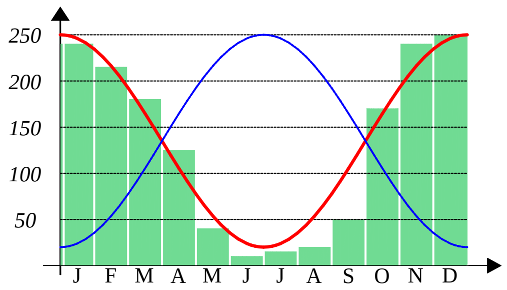
| C | E | b) A partir do gráfico de $v(t)$, conclui-se que a partícula teve aceleração constante durante os 40 segundos.

| C | E | c) A diferença $s(30) - s(20)$ foi superior a 30 metros.

| C | E | d) O valor médio de $v(t)$ entre os instantes $t = 10$ e $t = 20$ é superior a 2 m/s.

| C | E | e) Do gráfico de $v(t)$ segue-se que a função $s(t)$ é dada por $s(t) = \frac{3}{80}t^2 + t + 10$.

2) [**2.º/2002**] De acordo com o diagrama abaixo, os índices pluviométrico e de evaporação em Brasília, durante os meses de janeiro a dezembro, podem ser modelados, respectivamente, pelas funções $P(t) = 115\cos(\pi\, t/6) + 135$ e $E(t) = -115\cos(\pi\, t/6) + 135$, em que t é dado em meses. Assim, desconsiderando-se outros fatores, a taxa de variação do volume $V(t)$ de um lago de área igual a 40 km^2 pode ser modelada pela função $V'(t) = 40 \times 10^{-6}(P(t) - E(t))$.



www.geocities.com/TheTropics/3416/bsb_2p.htm

a) Determine os meses em que $V(t)$ aumenta.

Resposta:

b) Durante os 12 meses considerados, determine o volume total de água que entra no lago devido apenas à precipitação pluviométrica.

Resposta:

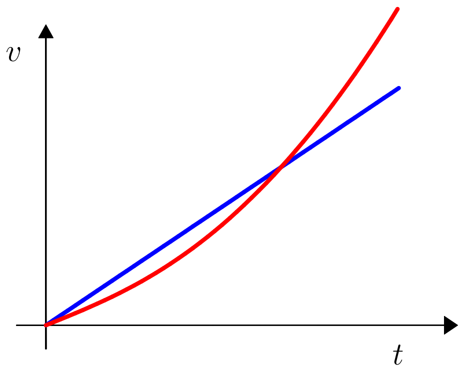
c) Considerando $V(0) = 0,5$ km^3, determine $V(t)$ em um instante genérico $t \in [0, 12]$.

Resposta:

d) Determine os instantes $t \in [0, 12]$ nos quais $V(t) = V(0)$.

Resposta:

3) [**1.º/2003**] Suponha que os móveis M_1 e M_2 se desloquem em uma trajetória retilínea, tendo iniciado o movimento simultaneamente a partir de um mesmo ponto e com velocidades, em km/h, dadas por $v_1(t) = t\sqrt{t^2 + 3^2}$ e $v_2(t) = 5\,t$. A figura abaixo ilustra os gráficos das velocidades em função do tempo t, em que $0 \leqslant t \leqslant 6$ e $t = 0$ corresponde ao início do movimento. Julgue os itens seguintes.



| C | E | a) O instante $t > 0$ em que os móveis têm a mesma velocidade é maior do que 5.

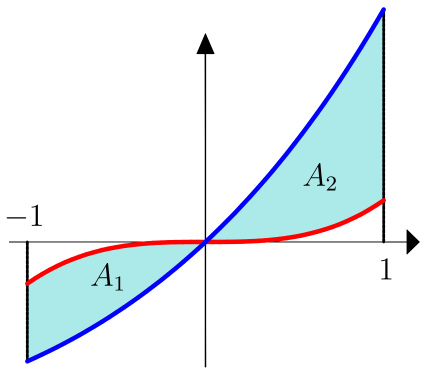
| C | E | b) Até o instante $t = 2$, o móvel M_2 percorreu mais de 12 km.

| C | E | c) Até o instante $t = 3$, o móvel M_1 percorreu menos de $18^{3/2} - 3^3$ km.

| C | E | d) No instante $t = 3$, o móvel M_1 está à frente do móvel M_2.

| C | E | e) O instante $t > 0$ em que os os móveis M_1 e M_2 estão à mesma distância da origem é maior que 4.

4) [**2.º/2003**] Considere as funções $f(x) = 8\,x\,e^{x/3}$ e $g(x) = 2\,x^3$, e sejam A_1 e A_2 as áreas limitadas pelos gráficos dessas funções e pelas retas $x = \pm 1$, conforme ilustra a figura a seguir. Usando a aproximação $e^{1/3} = 1,4$, julgue os itens que se seguem.



| C | E | a) Para todo $x \in [-1, 0]$ tem-se que $f(x) \geqslant g(x)$.

| C | E | b) Tem-se que $\int_{-1}^{0} f(x)\,dx = -\int_{0}^{1} f(x)\,dx$.

| C | E | c) $A_1 = \int_{-1}^{0}(g(x) - f(x))\,dx$.

| C | E | d) A integral $\int_0^1 f(x)\,dx$ é maior que 6.

| C | E | e) A soma $A_1 + A_2$ é menor que 8.