



Cálculo I

1.^a Prova - 1.^o/2001 - 23/04/2001

Nome: _____ Mat.: / Turma: _____

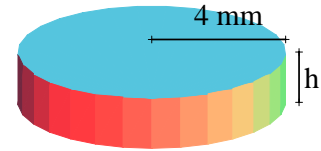
1) Considere um circuito elétrico com um resistor de 5 ohms ligado em paralelo a outro de resistência variável R . Nessas condições, a resistência total $\Phi(R)$ do circuito satisfaz

$$\frac{1}{\Phi(R)} = \frac{1}{5} + \frac{1}{R}, \quad R > 0.$$

- Obtenha a expressão de $\Phi(R)$ em função de R .
- Determine os valores de R para os quais a resistência total é superior a 4.8 ohms.
- Calcule o limite de $\Phi(R)$ com R tendendo a infinito.

2) Suponha que um comprimido, na forma de um cilindro circular reto de raio da base igual a 4 mm, deve ter altura de h mm e volume igual a 20 mm³. Como o processo de fabricação está sujeito a erros, a altura h deve ser razoavelmente precisa, uma vez que dela depende a dosagem de medicamento que é ingerida pelo paciente.

- Determine, em função de h , o volume $V(h)$ do comprimido.
- Determine o valor de h para o qual o volume do comprimido seja igual a 20 mm³.
- Determine, em mm, o erro máximo tolerado na altura h de maneira que $|V(h) - 20|$ seja inferior a 0.1.



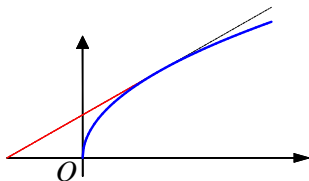
3) A uma temperatura inferior a 0 °C, sabe-se que, para elevar a temperatura de 1 g de água no estado sólido em 1 °C é necessário 0.5 cal. Ao atingir a temperatura de 0 °C, as calorias fornecidas não mais irão alterar a temperatura da água em estado sólido, e sim o seu estado físico, sendo necessárias 80 calorias para que a água passe do estado sólido para o líquido. Já no estado líquido, é necessária 1 cal para elevar a temperatura da água em 1 °C.

Considere que em um experimento, 1 g de água, inicialmente a -40 °C, é aquecida até a temperatura de t °C, e denote por $Q(t)$ a menor quantidade de calor necessária para essa mudança de temperatura. Assim, por exemplo, $Q(-39) = 0.5$, e $Q(t)$ varia continuamente com $t \in [-40, -39]$.

- Determine a expressão da função $Q(t)$.
- Esboce o gráfico de $Q(t)$ no intervalo $[-40, 20]$.
- Decida sobre a existência do limite $\lim_{t \rightarrow 0} Q(t)$, justificando a sua resposta.

4) Em relação ao sistema de coordenadas indicado na figura abaixo, em que o eixo $\mathcal{O}x$ representa o nível do mar, suponha que a trajetória de um caça seja representada pelo gráfico da função $f(x) = \sqrt{x}$. Sabendo que o avião percorre a sua trajetória da direita para a esquerda e que ele realiza disparos na direção tangente

- determine, usando a definição de derivada, a equação da reta tangente ao gráfico de $f(x)$ em um ponto genérico $(x_0, f(x_0))$.



- determine o ponto $(x_0, f(x_0))$ do qual o disparo deve ser efetuado para atingir um alvo situado no ponto $(-3, 0)$.
- determine o ponto $(x_0, f(x_0))$ do qual o disparo deve ser efetuado para atingir o ponto $(-a, 0)$, com $a > 0$.