



Cálculo I

1.^a Prova - 1.^o/2002 - 01/07/2002

Nome: _____

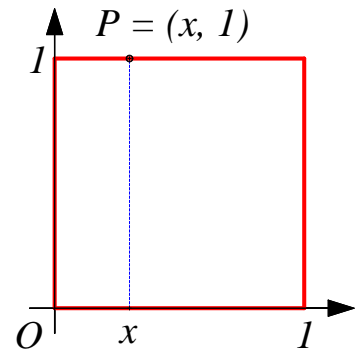
Mat.: /

Turma: _____

Atenção: na questão 1 a seguir, decida se cada item é certo (C) ou errado (E), assinalando sua resposta no espaço indicado ao lado do item. O valor de cada item respondido é igual a 0.5 ou a -0.5 , segundo a resposta coincida ou não com o gabarito. Itens deixados em branco terão valor igual a zero.

1) A figura abaixo ilustra um lago quadrado de lado igual a 1 km. Dois atletas, A e B, encontram-se no ponto $O = (0, 0)$ e devem dirigir-se ao ponto $P = (x, 1)$, em que $0 \leq x \leq 1$. O atleta A corre com velocidade constante de 10 km/h seguindo o contorno do lago, enquanto que B rema com velocidade constante de 8 km/h ao longo da reta que une os pontos O e P . Sejam $A(x)$ e $B(x)$, respectivamente, os tempos, em horas, gastos por A e B para fazerem esse percurso.

- C E a) O espaço percorrido pelo atleta A é igual a $1 + x$.
- C E b) $B(x)$ é um polinômio do primeiro grau na variável x .
- C E c) Para alcançar o ponto $(0, 1)$, o atleta A gasta menos tempo que o atleta B.
- C E d) Tem-se que $A(1) < B(1)$.
- C E e) O teorema de valor intermediário garante que existe c entre 0 e 1 tal que os dois atletas gastam o mesmo tempo para chegarem ao ponto $(c, 1)$.



2) Suponha que, na construção de um aparelho elétrico, usa-se um fio cuja resistência R depende apenas do comprimento l do fio, e é dada por $R(l) = 0.1l$. A resistência deve ser igual a $R_0 = 0.5 \Omega$, e portanto o comprimento deve ser igual a $l_0 = 5$ m. No entanto, o comprimento real l pode ser diferente do comprimento previsto l_0 , e $|l - l_0|$ é o erro devido ao processo de fabricação.

- a) Determine os valores máximo e mínimo de l para que o erro de fabricação seja menor ou igual a 10 cm.

Resposta:

v. máx. =	v. mín. =
-----------	-----------

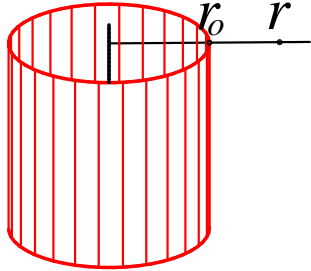
- b) Calcule o erro máximo que pode ocorrer na resistência devido a um erro de fabricação menor ou igual a 10 cm no comprimento l .

Resposta:

- c) Determine o maior erro que pode ocorrer no comprimento l de forma que o correspondente erro na resistência seja menor ou igual a 0.025Ω .

Resposta:

3) Suponha que um fio retilíneo, de seção transversal circular de raio r_0 , seja percorrido por uma corrente estacionária. A corrente gera um campo magnético cuja intensidade I , em um ponto do espaço, depende da distância r do ponto ao eixo do fio. Assim, $I = I(r)$, e pode-se mostrar que, em um sistema de unidades apropriado, a função $I(r)$ é dada por



$$I(r) = \begin{cases} \frac{r}{r_0^2}, & \text{se } 0 \leq r < r_0 \\ \frac{1}{r}, & \text{se } r \geq r_0 \end{cases}$$

a) Calcule o limite lateral $\lim_{r \rightarrow r_0^+} \frac{I(r) - I(r_0)}{r - r_0}$

b) Verifique se a função $I(r)$ é derivável em $r = r_0$.

c) Se um aparelho deixa de detectar a presença do campo para intensidades menores que 10^{-3} , determine a distância r do fio a partir da qual o aparelho deixa de detectar a presença do campo.

4) A figura abaixo ilustra o corte transversal de um relevo descrito pela função

$$f(x) = (x + 1)(x - 4)^2 = x^3 - 7x^2 + 8x + 16.$$

Ilustra também um raio de sol tangente ao relevo no ponto de abscissa x_1 que incide sobre o solo no ponto de abscissa x_2 . Assim, a parte do relevo compreendida entre x_1 e x_2 está assombreada naquele instante.

- Calcule a derivada da função $f(x)$.
- Determine a equação da reta tangente ao gráfico de $f(x)$ em um ponto genérico $(a, f(a))$ do gráfico de $f(x)$.
- Determine a parte assombreada do relevo no caso em que $x_2 = 4$, ou seja, determine x_1 nesse caso.

