Universidade de Brasília
Departamento de Matemática

Cálculo I

1.^{a} Prova - 2.^{o}/2001 - 15/02/2002

Nome: **Mat.:** / **Turma:**

Atenção: na questão 1 a seguir, decida se cada item é certo (C) ou errado (E), assinalando sua resposta no espaço indicado ao lado do item. O valor de cada item respondido é igual a 0.5 ou a -0.5, segundo a resposta coincida ou não com o gabarito. Itens deixados em branco terão valor igual a zero.

1) Julgue os itens a seguir.

| C | E | a) Se o tempo $t \geqslant 0$ é medido em dias e o peso P é medido em quilos, então a função $P(t) = 3 + 37\,t/(1+t^2)$ poderia modelar o peso de uma pessoa ao longo de um período de 10 anos.

| C | E | b) A função $f(x) = 6\,x - 3$ se $x < 2$ e $f(x) = 3 - x + 2\,x^2$ se $x \geqslant 2$ é contínua em $x = 2$.

| C | E | c) Toda função contínua é derivável, mas nem toda função derivável é contínua.

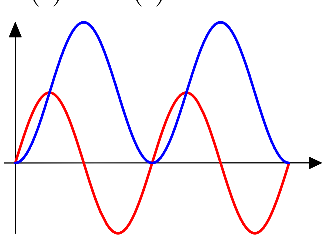
| C | E | d) Se uma pedra é abandonada de uma altura de 125 m e atinge o solo em 5 s, então em algum instante a sua velocidade foi igual a 25 m/s.

| C | E | e) As retas tangentes ao gráfico da função $f(x) = x^3/3 - 5\,x + 4$ têm inclinações positivas no intervalo $(-\infty, -\sqrt{5}) \cup (\sqrt{5}, \infty)$.

2) Segundo os dados disponíveis, 39% da população mundial vivia em regiões urbanas em 1980. Esse percentual tem crescido desde então, alcançando 45% em 1995. Indique por $p = p(t)$ a percentagem da população mundial que vive em regiões urbanas t anos após 1980 e suponha que o gráfico dessa função seja uma reta.

a) Obtenha a expressão de p como função de t.
b) Esboce o gráfico da função $p(t)$ no intervalo $[0, 20]$.
c) Verifique que $p'(t)$ é igual ao quanto a função $p(t)$ aumenta no período de um ano.
d) Use $p(t)$ para estimar o ano durante o qual pelo menos 50% da população mundial estaria vivendo em regiões urbanas.

3) Suponha que o volume de ar (em litros) contido nos pulmões de uma pessoa seja descrito, em função do tempo (em segundos), por meio da função $V(t) = (3/2)(1 - \cos(t))$. Nesse caso, a derivada $V'(t)$ representa o fluxo de ar nos pulmões. A figura abaixo ilustra os gráficos de $V(t)$ e $V'(t)$ no intervalo $[0, 4\,\pi]$, correspondente a dois ciclos respiratórios completos.



a) Calcule o valor máximo do volume $V(t)$ no intervalo $[0, 4\,\pi]$.
b) Calcule a derivada $V'(t)$.
c) Calcule o valor máximo do fluxo $V'(t)$ no intervalo $[0, 4\,\pi]$.
d) Determine a unidade em que o fluxo de ar $V'(t)$ é expresso, justificando a sua resposta.

4) Suponha que um objeto se move ao longo de uma reta orientada e de origem $\mathcal{O}$. Suponha ainda que, no instante $t \geqslant 0$ (em minutos), a sua distância à origem $\mathcal{O}$ (em metros) seja dada pela função $s(t) = 5\,t + 20/(t+1)$. Nesse caso, o objeto estará se afastando ou se aproximando da origem $\mathcal{O}$ se a sua velocidade for positiva ou negativa, respectivamente.

a) Determine o instante em que o objeto está parado.
b) Determine o intervalo de tempo em que o objeto esta se aproximando e o intervalo de tempo em que está se afastando da origem $\mathcal{O}$.
c) Usando o item b), determine a menor distância do objeto à origem.