Universidade de Brasília
Departamento de Matemática

Cálculo I

1.ª Prova 2.º/99 10/10/99

Nome: **Mat.:** / **Turma:**

1) Calcule os limites seguintes.

a) $\displaystyle\lim_{x\to 4} \frac{|x-4|}{x-4}$

b) $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{(x+h)^3 - x}{h}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 3} \frac{x^2 - x - 6}{x^3 - 3x^2 - 4x + 12}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \sqrt{4x^2+1} - 2x$

2) Um gás é mantido a uma temperatura constante em um pistão. À medida que o pistão é comprimido, o volume do gás decresce com a função $V(P) = \dfrac{200}{P}$ litros, até atingir a pressão crítica de 100 torr quando ele se liquidifica, havendo nesse momento uma variação brusca de volume. A partir daí o seu volume passa a ser dado pela função $V(P) = -0,01P + 2$ até que seja atingida a nova pressão crítica de 150 torr, a partir da qual o volume permanese constrante e igual a 0,5 litros.

a) Esboce o gráfico de V em função de P.

b) Calcule os limites laterais $\displaystyle\lim_{P\to P_0^-} V(P)$ e $\displaystyle\lim_{P\to P_0^+} V(P)$ para os valores de $P_0 = 100$ e $P_0 = 150$.

c) Determine, caso existam, os pontos de descontinuidade da função V, justificando a sua resposta.

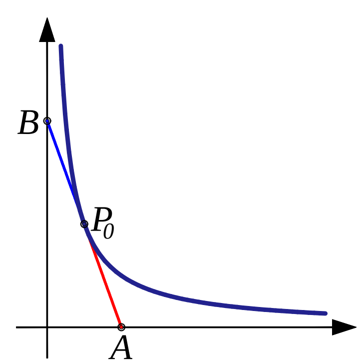
3) Uma piscina olímpica deve ser cheia com água clorada na base de 0,05 gramas de cloro por litro. A piscina contém inicialmente 1000 litros de água pura e o fluxo de água clorada correndo para dentro da piscina é de 1 litro por minuto.

a) Determine o volume $V(t)$ de água e a quantidade $Q(t)$ de cloro dentro da piscina t minutos após iniciado o seu enchimento.

b) Estabeleça uma fórmula para a concentração de cloro $c(t)$ na piscina (em g/l) t minutos após iniciado o seu enchimento.

c) Determine o comportamento de $c(t)$ após um período muito grande de tempo.

4) Considere a função $f(x) = \dfrac{1}{x}$ definida para $x > 0$.



a) Utilizando a definição, calcule a derivada de f em um ponto genérico $x = x_0 > 0$.

b) Determine a equação da reta tangente ao gráfico de f no ponto $(x_0, f(x_0))$.

c) Determine os pontos A e B de interseção da reta do item b) com os eixos $\mathcal{O}\,x$ e $\mathcal{O}\,y$, respectivamente.

d) Verifique que $P_0 = (x_0, f(x_0))$ é o ponto médio do segmento $\overline{AB}$.