



Cálculo I

Prova 2 - 1.º/2003 - 02/06/2003

Nome: _____

Mat.: /

Turma: _____

Atenção: na questão 1, a seguir, decida se cada item é certo (C) ou errado (E), assinalando sua resposta a caneta no espaço indicado ao lado do item. O valor de cada item respondido é igual a 0,5 ou a -0,5, conforme a resposta coincida ou não com o gabarito. Itens deixados em branco, com marcação rasurada ou com dupla marcação terão valor igual a zero.

1) Em um experimento, um pequeno foguete é lançado por meio de motores que imprimem uma aceleração positiva ao foguete. Pouco depois, os motores são desligados, o foguete continua a subir até alcançar uma altura máxima para, em seguida, começar a cair em queda livre. Instantes depois, abre-se um pára-quedas que reduz a velocidade de queda e impede que o foguete se danifique ao pousar. A figura abaixo ilustra o gráfico da velocidade do foguete, em m/s, a partir do lançamento.

C E

a) Os motores foram desligados antes do instante $t = 40$.

C E

b) O foguete alcançou a altura máxima em menos de 60 segundos.

C E

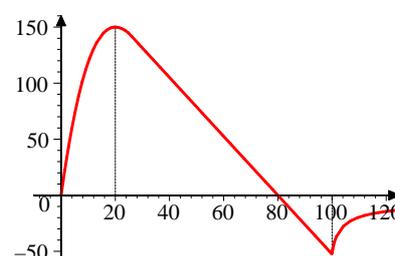
c) O pára-quedas foi aberto depois do instante $t = 80$.

C E

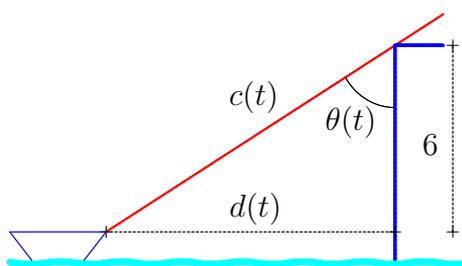
d) O intervalo de tempo entre o início da queda e a abertura do pára-quedas foi menor que 10 segundos.

C E

e) A função $s = s(t)$, que descreve a posição do foguete no instante t , possui um ponto de inflexão em $t_0 = 20$.



2) Suponha que um barco seja puxado para o cais por uma corda presa à sua proa, situada 6 m abaixo do apoio da corda no cais, conforme a figura abaixo. Suponha ainda que a corda seja puxada com uma velocidade de 2 m/s. Nesse caso, o comprimento $c(t)$ da corda entre a proa e o apoio, a distância $d(t)$ do barco ao cais e o ângulo $\theta(t)$ entre a corda e a vertical são funções do tempo t . Denote por t_0 o instante em que $c(t_0) = 10$ m.



a) Calcule o valor de $d(t_0)$.

Resposta:

b) Calcule a derivada $d'(t_0)$.

Resposta:

c) Calcule o valor de $\text{tg}(\theta(t_0))$.

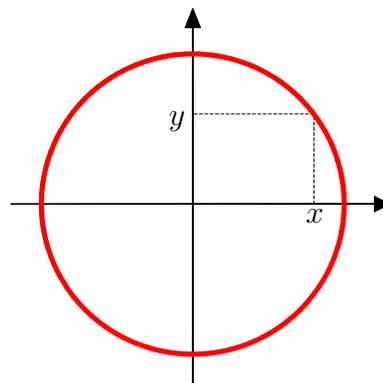
Resposta:

d) Usando os itens anteriores e a regra da cadeia, calcule a taxa de variação de $\theta(t)$ no instante t_0 .

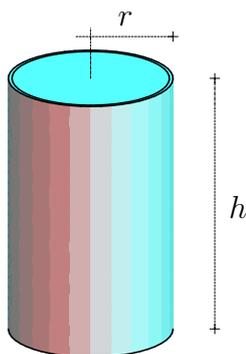
Resposta:

3) Conforme ilustra a figura ao lado, as áreas dos retângulos inscritos na circunferência $x^2 + y^2 = 16$ podem ser calculadas por meio da função $A(x) = 4x\sqrt{16 - x^2}$, com $x \in [0, 4]$.

- Calcule os pontos críticos da função $A(x)$ no intervalo $(0, 4)$.
- Determine os intervalos de crescimento e os de decréscimo da função $A(x)$.
- Determine os intervalos em que a concavidade do gráfico de $A(x)$ é voltada para baixo e os intervalos em que concavidade é voltada para cima.
- Esboce o gráfico de $A(x)$.



4) Suponha que, na produção de uma lata de refrigerante, o custo do material da lateral e do fundo é de uma unidade monetária por centímetro quadrado, mas para o material da tampa esse custo é de $98/27$ unidades monetárias. Suponha ainda que a lata seja cilíndrica de raio r cm, altura h cm e que o volume seja constante e igual a $5^3 \pi$ cm³, conforme ilustra a figura abaixo.



- Obtenha a expressão da altura h em função do raio r e do volume da lata.
- Calcule a área lateral $L(r)$ da lata em função do raio r .
- Determine a função $C(r)$ que, a cada r , associa o custo de produção de uma lata de raio r .
- Calcule o valor r_0 que minimiza o custo de produção, justificando a sua resposta.