



Cálculo I

2.^a Prova - 2.^o/2000 - 30/10/2000

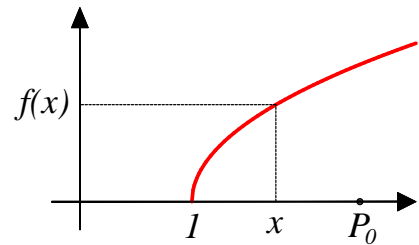
Nome: _____ Mat.: / Turma: _____

1) Suponha que a taxa de produção de fotossíntese P seja dada, em função da intensidade de luz I , por $P(I) = I/(1 + I^2)$, em que $I \geq 0$.

- Determine os pontos críticos e os intervalos de crescimento e de decrescimento de $P(I)$.
- Determine os intervalos onde o gráfico de $P(I)$ é côncavo para cima e onde é côncavo para baixo.
- Calcule $\lim_{I \rightarrow \infty} P(I)$.
- Esboce o gráfico de $P(I)$.

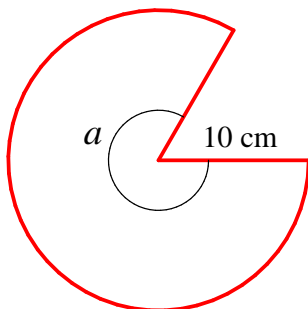
2) Considere o ponto $P_0 = (5/2, 0)$ e a função $f: [1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \sqrt{x-1}$.

- Determine a função $d(x)$, que fornece o quadrado da distância do ponto $(x, f(x))$ ao ponto P_0 .
- Determine os pontos críticos de $d(x)$ e classifique-os como de máximo local, mínimo local ou ponto de inflexão.
- Determine o ponto x_0 no qual a função $d(x)$ assume o seu valor mínimo.
- Sabendo que duas retas são perpendiculares quando o produto dos seus coeficientes angulares é igual a -1 , verifique que a reta por P_0 e $(x_0, f(x_0))$ é perpendicular à reta tangente ao gráfico de $f(x)$ no ponto $(x_0, f(x_0))$.



3) Considere que a altura de uma bóia de sinalização, durante a passagem de uma onda, oscile de acordo com uma função do tipo $f(t) = a \cos(bt)$, medida em metros, e que não haja deslocamento horizontal. Considere também que $f(0) = 8$ e que o período de oscilação seja igual a 30 segundos.

- Determine as constantes a e b .
- Se $f(t_0) = 0$, determine o primeiro instante após t_0 em que $f(t)$ volta a se anular.
- Determine o valor absoluto da taxa de variação da altura da bóia no instante em que a sua altura é de 4 metros.



4) Para construir um cone circular reto remove-se um setor de uma folha circular de cartolina de raio 10 cm e une-se as duas margens retilíneas do corte, conforme a figura abaixo, em que a indica o ângulo do setor circular restante. Sabendo que o volume do cone de raio da base r e altura h é igual a $(1/3)\pi r^2 h$, determine

- o volume do cone obtido em função do ângulo a .
- o ângulo a_0 para o qual o volume do cone obtido seja o maior possível.