Universidade de Brasília
Departamento de Matemática

Cálculo I

2.ª Prova - 2.º/2001 - 22/03/2002

Nome: **Mat.:** / **Turma:**

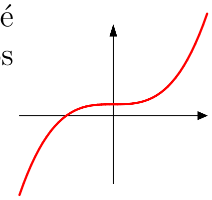
Atenção: na questão 1 a seguir, decida se cada item é certo (C) ou errado (E), assinalando sua resposta no espaço indicado ao lado do item. O valor de cada item respondido é igual a 0.5 ou a -0.5, segundo a resposta coincida ou não com o gabarito. Itens deixados em branco terão valor igual a zero.

1) Julgue os itens a seguir.

| C | E | a) Se g e f são funções deriváveis e tais que $g(f(x)) = x$ para todo $x \in \mathbb{R}$, então $g'(f(x)) = 1/f'(x)$.

| C | E | b) Pelo Teorema do Valor Médio no intervalo $[0, x]$, conclui-se que $\text{sen}(x) \leqslant x \quad \forall x \geqslant 0$.

| C | E | c) Se o gráfico da derivada f' de uma função $f\colon [-2, 2] \to \mathbb{R}$ é como ilustrado ao lado, então o gráfico de f possui dois pontos de inflexão.



| C | E | d) De acordo com a regra de L'Hopital, tem-se que

$$\lim_{x\to\pi/2} \frac{\text{sen}(x)}{x - \pi/2} = \lim_{x\to\pi/2} \frac{\cos(x)}{1} = 0.$$

| C | E | e) Sabendo que a equação $x^2 + x\,y + y^2 = 1$ define implicitamente uma função derivável $y = y(x)$ com $y(0) = 1$, conclui-se que $y'(0) = -1/2$.

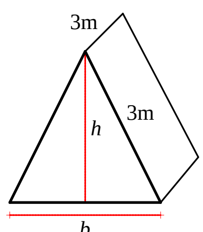
2) Seja $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ a função dada por $f(x) = x^4 - 5\,x^2 + 4$.

a) Determine os intervalos de crescimento e os de decrescimento de f.

b) Determine os intervalos em que o gráfico de f é côncavo para baixo e os que é côncavo para cima.

c) Use os itens anteriores para esboçar o gráfico de f.

3) Suponha que, na construção de uma barraca com vista frontal na forma de um triângulo isósceles de altura h, as laterais devem ser feitas a partir de uma lona com 6 m de comprimento e 3 m de largura, conforme ilustra a figura.



a) Determine o comprimento b da base do triângulo em função da altura h.

b) Use o item anterior para expressar o volume $V(h)$ da barraca em função de h.

c) Determine h de forma que o volume $V(h)$ seja máximo, justificando a sua resposta.

4) Suponha que uma força de intensidade F, com componente vertical F_v e horizontal F_h, seja aplicada a uma caixa de 70 kgf de peso, conforme ilustra a figura. Suponha ainda que a caixa esteja sobre um plano horizontal com o qual a direção da força faz um ângulo θ. Para que a caixa seja deslocada é necessário que F_h seja superior a $\mu(70 - F_v)$, em que μ é o coeficiente de atrito. A igualdade $F_h = \mu(70 - F_v)$ é dita *condição de equilíbrio* da caixa. Suponha $\mu = \text{tg}(\pi/6)$ e $0 \leqslant \theta \leqslant \pi/2$.

a) Obtenha F_v e F_h em termos de F e θ.

b) Obtenha a intensidade de $F = F(\theta)$ para que a caixa esteja na condição de equilíbrio.

c) Determine os intervalos de crescimento e os de decrescimento da função F.

d) Determine o valor mínimo de $F(\theta)$, justificando a sua resposta.