Universidade de Brasília
Departamento de Matemática

Cálculo I

3.ª Prova - 1.º/2001 - 09/07/2001

Nome: **Mat.:** / **Turma:**

1) O volume de ar $V(t)$ nos pulmões no instante t, medido em litros, pode ser modelado supondo-se que a sua taxa de variação $V'(t)$ seja dada por uma função periódica $V'(t) = a\,\mathrm{sen}(bt)$, em que a e b são constantes. Supondo ainda que a taxa de variação máxima seja de 0.5 L/s e que um ciclo respiratório completo, de iguais períodos de inalação e exalação, tenha a duração de 5 s,

a) determine as constantes a e b.

b) determine a função $V(t)$ supondo que $V(0) = 0$.

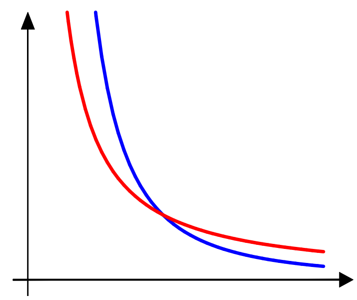
c) determine o volume de ar inalado durante um período de inalação.

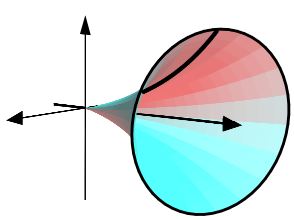
2) Considere as funções $f(x) = 10/(x^2 - 1)$ e $g(x) = 1/(x^2 + 1) + 1/x$, cujos gráficos estão ilustrados ao lado, e sejam $F(R) = \int_2^R f(x)\,dx$ e $G(R) = \int_2^R g(x)\,dx$.

a) Determine explicitamente as funções $F(R)$ e $G(R)$.

b) Verifique que, apesar de a região entre o gráfico de $f(x)$ e o eixo $\mathcal{O}x$ ser ilimitada, a sua área é finita, os seja, $\lim\limits_{R\to\infty} F(R)$ é finito.

c) Verifique que, além de a região entre o gráfico de $g(x)$ e o eixo $\mathcal{O}x$ ser ilimitada, a sua área é infinita, os seja, $\lim\limits_{R\to\infty} G(R)$ é infinito.





3) Para uma função contínua $f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ o volume do sólido de revolução obtido pela rotação do seu gráfico em torno do eixo $\mathcal{O}x$ é dado por $V = \displaystyle\int_a^b \pi f(x)^2\,dx$. Calcule esse volume no caso em que $f(x) = xe^x$, definida no intervalo $[0,1]$, conforme ilustra a figura ao lado.

4) Suponha que a temperatura $T(t)$ de um corpo, imerso em um meio com temperatura constante e igual a 20, seja tal que $T(0) = 80$. Segundo a *Lei do Resfriamento de Newton*, a taxa de variação $T'(t)$ é proporcional à diferença entre as temperaturas $T(t)$ e 20. Supondo que a constante de proporcionalidade seja igual a -2, segue que

$$T'(t) = -2(T(t) - 20), \qquad t > 0.$$

a) A partir dos dados apresentados, determine a temperatura $T(t)$.

b) Determine o instante t_0 em que $T(t_0) = 40$.

c) determine o limite de $T(t)$ com t tendendo a infinito.