



Cálculo I

3.^a Prova 2.^o/99 21/12/99

Nome: _____

Mat.: /

Turma: _____

1) Considere a função $f(x) = \frac{1}{x^2 + 2x}$ definida no intervalo $(0, \infty)$.

a) Determine uma primitiva para f usando o método das frações parciais.

b) Verifique que a integral de f pode ser escrita na forma $\int \frac{1/x^2}{1 + 2/x} dx$, use a substituição $u = 1 + 2/x$ para calcular essa integral e compare o resultado com o do item anterior.

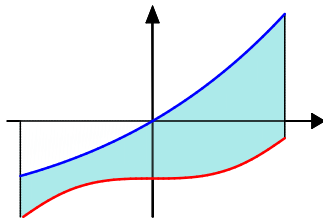
2) Considere a função $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{-x}$, e seja \mathbb{S}_h o sólido de revolução de f em torno do eixo $\mathcal{O}x$ no intervalo $[0, h]$. Denotando por $V(h)$ o volume de \mathbb{S}_h e definindo $A(h) = V(h)/h$, tem-se que $V(h)$ é igual ao volume $A(h)h$ de um cilindro de altura h e área da base igual a $A(h)$.

a) Esboce o gráfico da função f .

b) Calcule $V(h)$ e $A(h)$ para $h > 0$.

c) Verifique que, apesar do sólido \mathbb{S}_h tender a ocupar uma região ilimitada do espaço quando $h \rightarrow \infty$, o limite $\lim_{h \rightarrow \infty} V(h)$ é finito.

d) Calcule o limite $\lim_{h \rightarrow 0} A(h)$.



3) Calcule a área limitada pelos gráficos das funções

$$f(x) = 8x e^{x/3} \quad \text{e} \quad g(x) = 5x \operatorname{sen}(x^2) - 6$$

e pelas retas $x = -1$ e $x = 1$, conforme ilustra a figura ao lado.

4) Em um canal retangular com 10 m de profundidade, a velocidade da água em função da profundidade y é dada por $v(y) = 3(10 - y)^{1/6}$. Suponha que uma pedra vá da superfície ao fundo do canal em 5 s, com profundidade em função do tempo dada por $y = y(t) = 2t$, e que a componente horizontal da velocidade da pedra seja a mesma velocidade da água. Nessas condições,

a) determine a componente horizontal $v = v(t)$ da velocidade da pedra em função do tempo t .

b) determine uma primitiva para a função $v(t)$ do item anterior.

c) sabendo que velocidade é a derivada do espaço em relação ao tempo, determine a distância horizontal d percorrida pela pedra entre os instantes $t = 0$ e $t = 5$.

