

A Integral e o Cálculo do Peso Morto de um Imposto

Guilherme P. de Freitas *

30 de dezembro de 2004

Impostos são quase sempre polêmicos: eles redistribuem renda, alteram incentivos de produção, de contratação de mão-de-obra, de oferta de trabalho, mexem com a riqueza e as oportunidades das pessoas. Seus efeitos na economia como um todo são gigantescos, e por isso é necessário que se estude com cuidado os efeitos da tributação. Existe uma extensa literatura sobre o assunto, e aqui iremos expor apenas uma pequena — porém interessante — parte dela.

Nas próximas seções veremos uma das formas pela qual um tributo sobre um certo bem pode afetar o bem-estar da sociedade. A seção 1 apresenta uma maneira de se mensurar o bem-estar social no que diz respeito a um mercado de um bem específico. Assim, na seção 2 já poderemos analisar o impacto da tributação e ver um de seus efeitos perversos: o peso morto. Em seguida, na seção 3, faremos algumas considerações mais gerais sobre esse problema.

1 Uma medida do bem-estar social

Considere um mercado de um dado bem particular, como o mercado de refrigerantes. Seja q a quantidade de litros de refrigerante consumida nesse mercado a um preço p . Economistas costumam ilustrar o comportamento dos consumidores de um dado mercado pela sua *curva de demanda*. A curva de demanda é uma função que associa a cada nível de preço uma quantidade

*O apoio do prof. Célius Magalhães foi fundamental para a redação deste trabalho. Este texto pode ser encontrado para download no site do autor: <http://www.gpfreitas.com>. Este trabalho está licenciado sob uma Licença Creative Commons Atribuição-Uso Não-Comercial. Para ver uma cópia desta licença, visite <http://creativecommons.org/licenses/by-nc/2.0/br/> ou envie uma carta para Creative Commons, 559 Nathan Abbott Way, Stanford, California 94305, USA.

demandada pelos consumidores. Ela responde a perguntas do tipo: “Quantos litros de refrigerante serão comprados ao preço p ?”

Para fins de plotagem e manipulação algébrica, é comum utilizar a *curva de demanda inversa*. Iremos seguir esse costume aqui. A curva de demanda inversa de um dado mercado associa a cada quantidade demandada um nível de preços. Ela responde a perguntas do tipo: “Qual deverá ser o preço da garrafa para que sejam comprados q litros de refrigerante?”

Para a maioria dos bens (os chamados *bens normais*), à medida que o preço aumenta, a quantidade demandada cai. Em outras palavras, para que sejam compradas mais unidades do bem, é necessário que o preço caia. Podemos então representar a curva de demanda inversa por uma função decrescente $p_d(q_d)$ como a da Figura 1.

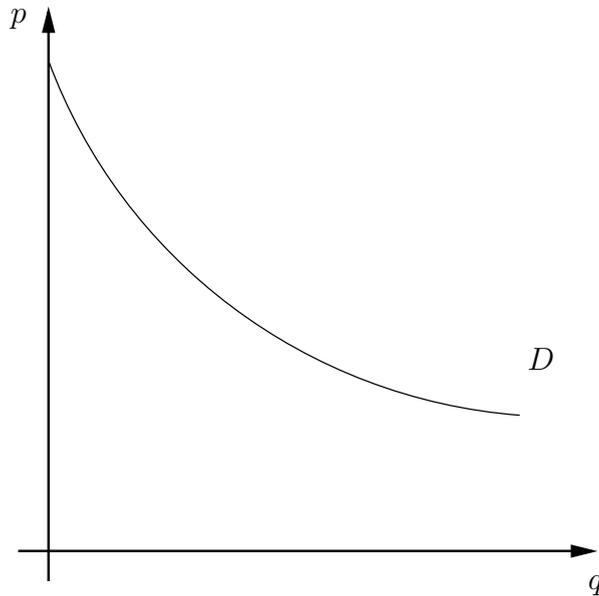


Figura 1: Curva de demanda inversa D .

Para que bens sejam consumidos, é necessário que eles sejam produzidos em primeiro lugar. O comportamento dos produtores de um certo mercado costuma ser representado por uma *curva de oferta*. Ela especifica a quantidade que os produtores desejam ofertar para cada nível de preços pago pelos consumidores. Como no caso da demanda, aqui utilizaremos a *curva de oferta inversa* $p_s(q_s)$.

É natural supor para a maioria dos casos¹ que a curva de oferta inversa

¹A curva de demanda pode ser deduzida das preferências dos consumidores e a curva de oferta pode ser deduzida da estrutura de custos das firmas. Não é objetivo deste texto

seja crescente: para que os produtores estejam dispostos a produzir mais, é necessário cobrar um preço mais alto.

Podemos agora representar conjuntamente as curvas de oferta (S) e demanda (D) inversas² do nosso mercado de refrigerantes na Figura 2.

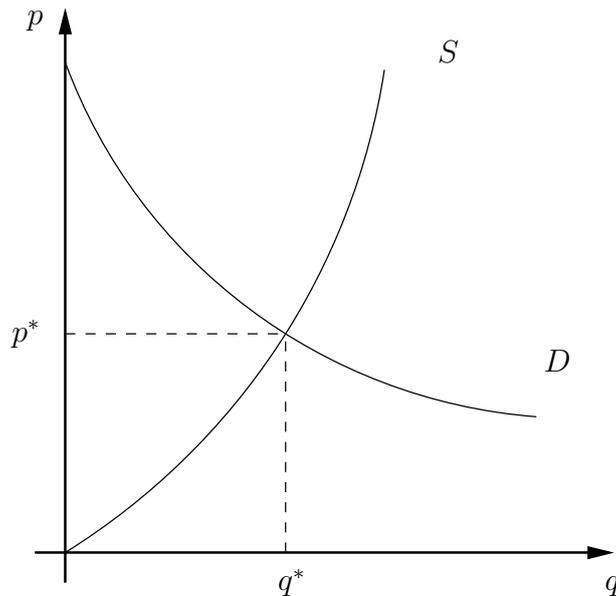


Figura 2: Curvas de demanda inversa D e de oferta inversa S . O ponto (q^*, p^*) é o equilíbrio competitivo.

Repare que uma pessoa na parte mais alta da curva de demanda inversa estaria disposta a muito mais que p^* por um litro de refrigerante. Essa pessoa certamente está “lucrando” mais nesse mercado que as pessoas localizadas ligeiramente acima de p^* . A diferença entre o que um consumidor estaria disposto a pagar e o preço efetivamente pago é uma medida desse “lucro” ou excedente. Essa diferença é dada pela distância vertical entre o ponto da curva de demanda inversa em que esse consumidor se localiza e a reta horizontal $p = p^*$. A soma desse excedente para todos os consumidores em questão é a área abaixo da curva de demanda inversa e acima da reta $p = p^*$. Essa área é uma medida razoável do bem-estar dos consumidores no que diz respeito a esse mercado, e a essa medida damos o nome de *excedente do consumidor*.

De maneira análoga, definimos o *excedente do produtor* como a área acima

entrar nesses detalhes. Para isso, consulte obras de referência como Varian (2000) ou Nicholson (2002).

²O uso do “ S ” vem do inglês *supply*, e é bastante difundido na literatura.

da curva de oferta inversa e abaixo da reta $p = p^*$. Para ilustrar esses conceitos, veja a Figura 3.

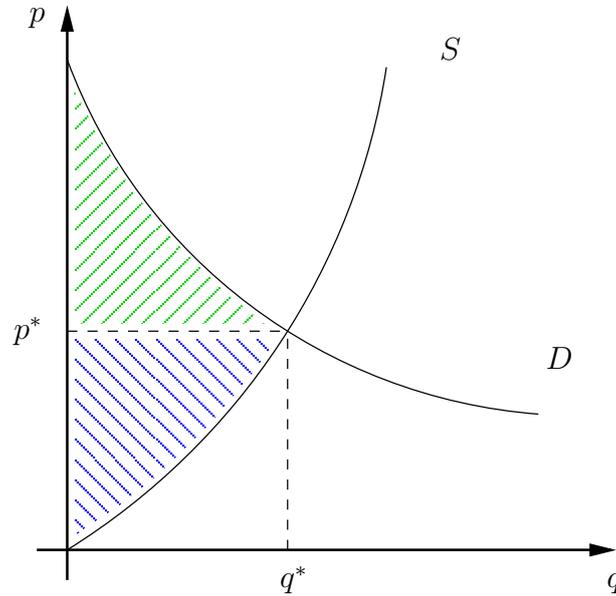


Figura 3: As linhas ascendentes indicam o excedente do consumidor; as linhas descendentes indicam o excedente do produtor.

Podemos então definir o *excedente total* desse mercado como a soma dos excedentes do consumidor e do produtor. Essa soma é dada pela área acima da curva de oferta inversa e abaixo da curva de demanda inversa. O excedente total é uma medida bastante razoável do bem-estar da sociedade no que tange o mercado de um bem específico.

2 Um exemplo numérico

2.1 Analisando um mercado sem impostos

Iremos tratar apenas de curvas de oferta e demanda³ inversas. Assim, vamos omitir o termo “inversa” daqui para frente para manter o texto mais limpo.⁴

³De fato, para a análise que fazemos aqui, o correto seria usar a chamada *curva de demanda compensada*. Não vamos entrar nesses detalhes aqui: vamos supor que as curvas de demanda e de demanda compensada coincidem. Para uma melhor explicação, veja Stiglitz (2000).

⁴Lembrando: curva de oferta inversa crescente e curva de demanda inversa decrescente. Com essas hipóteses, podemos ter certeza de que as relações de demanda e oferta desse

Considere um mercado competitivo regido pelas seguintes relações de oferta e demanda:

$$\text{Oferta: } p_s = q_s^2. \quad (1)$$

$$\text{Demanda: } p_d = (q_d - 20)^2. \quad (2)$$

Sabemos que em equilíbrio, a oferta iguala a demanda, ou seja $q_s = q_d$, e $p_s = p_d$. Igualando as equações acima, chegamos ao equilíbrio competitivo:

$$q^* = 10,$$

$$p^* = 100.$$

Podemos agora calcular o excedente total desse mercado, calculando a área acima da curva de oferta e abaixo da curva de demanda (Veja a figura 3). Para isso, calculamos a seguinte *integral definida*:

$$\int_0^{10} (q - 20)^2 - q^2 dq = 2000.$$

2.2 O efeito de um imposto

Imagine que os principais acionistas de uma marca nacional de chá gelado são personalidades importantes com bons contatos no governo. Eles estão bastante insatisfeitos com o baixo consumo de seu produto. Suponha ainda que esses figurões são capazes de pressionar alguns congressistas o suficiente para que seja votado um aumento no imposto cobrado sobre refrigerantes (um mercado dominado por multinacionais). Então, o governo — convencido pelo argumento dos nossos empresários de que chá gelado é bem mais saudável que refrigerante — resolve incentivar o consumo de chá gelado decretando o seguinte imposto sobre a produção de refrigerantes: para cada litro vendido, 40 reais deverão ser repassados na forma de imposto para o governo. Assim, espera-se que a população troque maciçamente o refrigerante pelo chá gelado, relativamente mais barato.

Como esse imposto afeta o bem-estar das pessoas? Suponha que esse mercado de refrigerantes seja um mercado competitivo idêntico ao da seção 2.1. Após o imposto, a maneira de calcular o equilíbrio de mercado muda: os produtores deverão exigir um preço mais alto pelo seu produto, de forma a cobrir os seus custos de produção e ainda pagar o imposto; os consumidores deverão pagar esse novo preço, ainda que consumindo menos. Por isso,

mercado estão inequivocamente determinadas tanto pelas curvas originais quanto pelas suas inversas.

devemos igualar a curva de demanda à curva de oferta acrescida do imposto. Assim, no equilíbrio com imposto é necessário que $p_s + 40 = p_d$, que por (1) e (2) equivale a:

$$q_s^2 + 40 = (q_d - 20)^2.$$

Lembrando que em equilíbrio a quantidade ofertada é igual à quantidade demandada, $q_d = q_s$, fica fácil calcular esse novo⁵ equilíbrio:

$$\begin{aligned} q^\nabla &= 9, \\ p^\nabla &= 121. \end{aligned}$$

Igualmente fácil é calcular a receita do governo. Como foram vendidos 9 litros de refrigerante, a receita do governo é de $9 \times 40 = 360$.

Também não é difícil calcular os excedentes do consumidor e do produtor. Antes de tudo, precisamos lembrar que o preço $p^\nabla = 121$ é o preço pago pelos consumidores, mas que os produtores recebem de fato apenas $p^\nabla - 40 = 81$, já que 40 é pago ao governo. Sendo assim, o excedente do consumidor é a área abaixo da curva de demanda e acima da reta $p = 121$; o excedente do produtor é a área acima da curva de oferta e abaixo da reta $p = 81$.

A reta $p = 121$ intercepta a curva de demanda em $q = 9$. A reta $p = 81$ intercepta a curva de oferta em $q = 9$. Sendo assim, o excedente do produtor é dado por

$$\int_0^9 81 - q^2 dq = 486.$$

Já o excedente do consumidor é dado por

$$\int_0^9 (q - 20)^2 - 121 dq = 1134.$$

Certo. Somando essas três quantidades, teremos o excedente total. Vejamos: $360 + 486 + 1134 = 1980$. Ok, 1980... 1980?!? Mas não era 2000? O que aconteceu com os outros 20? Será que erramos as contas?

De fato, não. A Figura 4 é bastante esclarecedora. Veja que toda uma área (parecida com um triângulo) de excedente se perdeu. Compare com a Figura 3. E não foi corrupção, má administração nem nada: simplesmente perdeu-se no ar. Os economistas chamam essa perda de *peso morto*. Vale notar que poderíamos ter chegado ao excedente total de 1980 apenas calculando a área abaixo da curva de demanda e acima da curva de oferta nos atuais níveis de produção. O procedimento é o mesmo do caso sem imposto, o que mudam são os limites de integração.

⁵Iremos utilizar o símbolo ∇ para o caso com imposto.

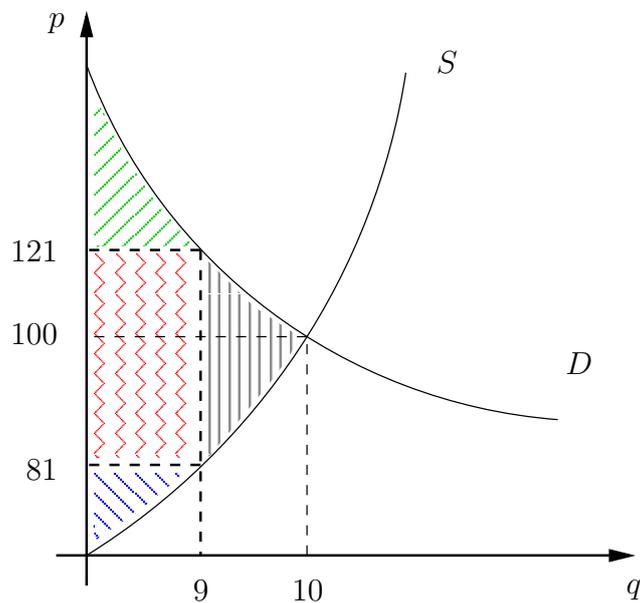


Figura 4: As linhas em zigue-zague representam a receita do governo; as linhas verticais, o peso morto.

Agora, por que surge esse peso morto? Até agora só demos uma justificativa gráfica e matemática. No entanto, a economia trata do comportamento dos seres humanos, e se algo mudou no mercado é porque esse comportamento mudou. Para responder essa pergunta, tomemos um exemplo mais simples.

João toma refrigerantes somente no fim de semana. Compra um litro por semana. Com o aumento advindo do imposto, João decide substituir o refrigerante por chá gelado, e passa a não consumir mais refrigerante. Repare que, nesse caso a receita do imposto é zero, visto que nenhum litro foi vendido para João. Além disso, João está numa situação pior, pois ele está deixando de consumir um bem que ele gosta muito (refrigerante) para consumir um produto que ele não gosta tanto (chá gelado).⁶ Além disso, quem vendia esse refrigerante para João não está nada feliz, pois sua receita diminuiu. Ou seja, todo mundo ficou em uma situação pior: governo (sem receita), produtor (sem venda) e consumidor (com produto inferior).⁷

Voltemos agora para o nosso mercado de refrigerantes. O governo impôs um tributo de 40 reais sobre o litro vendido. Esse imposto altera as opções

⁶Sabemos disso porque quando ele tinha a opção entre os dois bens sem imposto, ele preferia refrigerante.

⁷Esse exemplo é uma adaptação de um exemplo contido em Rosen (1992).

dos consumidores e produtores, e eles reagem a essa mudança, consumindo e produzindo menos. Não só os consumidores e produtores estão menos satisfeitos, como também a receita diminui devido à redução na produção e no consumo. Daí o peso morto.

3 Uma visão um pouco mais geral

Na seção 2 analisamos um exemplo numérico. E se fizéssemos o mesmo exercício para um imposto qualquer? Suponha que em vez de 40 reais por litro, o governo cobre t reais por litro. O que acontece?

Bem, a nova curva de oferta passa a ser

$$p_s = q_s^2 + t.$$

E, igualando oferta e demanda, temos o novo equilíbrio:

$$q^\nabla = 10 - \frac{t}{40},$$

$$p^\nabla = 100 - \frac{t}{2} + \frac{t^2}{1600}.$$

Calculemos o excedente total para esse imposto genérico t :

$$\int_0^{10 - \frac{t}{40}} (q - 20)^2 - q^2 dq = 2000 - \frac{t^2}{80}.$$

O termo $\frac{t^2}{80}$ é precisamente a medida do peso morto. Cheque com o exemplo anterior. O mais surpreendente é que o peso morto é *quadrático* na tarifa! Isso quer dizer que ao duplicar a tarifa, o peso morto é quadruplicado; ao triplicar a tarifa, o peso morto é multiplicado por nove, e assim sucessivamente! Veja aí o perigo de tarifas muito altas.

O leitor atento pode ainda observar que quanto mais “deitada” forem as curvas de demanda e oferta, maior tende a ser o peso morto. Com efeito, existe tal relação. Uma curva de demanda mais “deitada” indica maior sensibilidade do consumo em relação ao preço. Voltando ao exemplo do consumidor João, se o seu consumo de refrigerantes fosse menos sensível à variações de preço, ele provavelmente teria continuado bebendo refrigerante, mesmo pagando mais caro. Daí, haveria venda e receita, ainda que João estivesse numa situação pior. O peso morto seria menor.

De fato, existe um resultado clássico para curvas de demanda e oferta lineares que diz que o peso morto é proporcional ao efeito substituição do imposto⁸ e proporcional ao quadrado da tarifa.

⁸Esse é o efeito que faz João trocar o refrigerante pelo chá gelado. É dado pela elasticidade da demanda compensada.

Comentários finais

A constatação de que o peso morto aumenta muito mais rápido que a tarifa é perturbadora. Ela sugere que devemos ter cuidado ao decretar aumento de impostos.

Mais perturbador ainda é o fato de não valer um tipo de “lei de conservação” na cobrança de tributos. A primeira reação de uma pessoa ao se deparar com a ocorrência do peso morto em um exercício como esse é refazer os cálculos. De verdade, não parece nada intuitivo. Estamos acostumados com leis conservativas: se o governo quer retirar um tanto de receita de um certo mercado, ao somar a receita do governo com os excedentes do produtor e do consumidor deveríamos ter o excedente total antes do imposto. Essa é a expectativa da maioria das pessoas quando se depara com esse problema.

A seguinte frase é célebre: “Na natureza, nada se perde, nada se cria, tudo se transforma”. Bem, seja essa frase válida ou não para as ciências naturais, já sabemos que na economia esse não é o caso!

Referências

- Nicholson, W. (2002). *Microeconomic Theory — Basic Principles and Extensions* (8^a ed.). Southwestern.
- Rosen, H. S. (1992). *Public Finance* (5^a ed.). Irwin.
- Stiglitz, J. E. (2000). *Economics of the Public Sector* (3^a ed.). W.W. Norton.
- Varian, H. R. (2000). *Microeconomia — Princípios Básicos* (5^a ed.). Editora Campus.