Universidade de Brasília
Departamento de Matemática

Tópicos Avançados de Álgebra - Grupos Clássicos

Plano de Ensino – $2^o/2023$

Prof. Martino Garonzi

Neste curso serão estudados os grupos de matrizes que fixam uma forma sesquilinear reflexiva, ou seja grupos associados a uma geometria. Em particular, nossa atenção será dada aos grupos definidos sobre corpos finitos, como $\mathrm{PSL}(n,q)$, $\mathrm{PSp}(2m,q)$, $\mathrm{PSU}(n,q)$ e $\Omega(n,q)$. Os problemas que serão analisados são relacionados à geração e à simplicidade destes grupos. Serão estudados também os conceitos de par BN, de grupo de Weyl, de sistema de Coxeter e de subgrupos parabólicos. O objetivo final é de fornecer aos alunos exemplos de grupos que são muito importantes em álgebra como também em outras disciplinas.

Programa:

1. Revisão de corpos finitos e infinitos. Estrutura e automorfismos dos corpos finitos. Os grupos $\mathrm{GL}(V)$, $\mathrm{SL}(V)$ e as suas propriedades básicas.

2. Formas sesquilineares sobre um corpo. Formas equivalentes, matrizes representativas. Radical e formas não-degeneradas. Formas reflexivas. Formas simétricas, alternadas, hermitianas. Ortogonalidade, bases ortogonais e ortonormais. Formas quadráticas. Espaços ortogonais, simpléticos e unitários. Grupos associados: isometrías e semelhanças. Geometria dos espaços ortogonais, simpléticos e unitários. Planos e espaços hiperbólicos, teorema de Witt e suas aplicações. Planos anisótropos, classificação dos espaços sobre corpos finitos ou algebricamente fechados.

3. Grupos clássicos. Definição de grupos clássicos. Grupos lineares e projetivos associados. Geração por trasveções. Critério de Iwasawa. Simplicidade dos grupos $\mathrm{PSL}(n,q)$, $\mathrm{PSp}(2m,q)$ e $\mathrm{PSU}(n,q)$. Geração dos grupos ortogonais. O grupo $\Omega(n,q)$ e simplicidade de $P\Omega(n,q)$. Axiomas de par BN. O par BN nos grupos clássicos. Par BN split. O grupo de Weyl, sistemas de Coxeter e subgrupos parabólicos.

Bibliografia indicada:

1. J.L. Alperin, Rowen B. Bell, *Groups and Representations.* Springer (1995).

2. Donald E. Taylor, *The geometry of the classical groups.* Sigma Series in Pure Mathematics, 9. Heldermann Verlag, Berlin, 1992.

3. Nathan Jacobson, *Basic Algebra I* (1985), *Basic Algebra II* (1989). W. H. Freeman and Company, New York.

4. Robert A. Wilson, *The finite simple groups.* Graduate Texts in Mathematics, 251. Springer–Verlag London, Ltd., London, 2009.

5. R. W. Carter, *Finite groups of Lie type.* Wiley Classics Lib. Wiley-Intersci. Publ. John Wiley & Sons, Ltd., Chichester, 1993.

6. P. Kleidman, M. Liebeck, *The subgroup structure of the finite classical groups.* London Math. Soc. Lecture Note Ser., 129 Cambridge University Press, Cambridge, 1990.

7. Larry C. Grove, *Classical Groups and Geometric Algebra.* Graduate Studies in Mathematics, Volume 39. American Mathematical Society, 2001.

Critério de Avaliação:

Duas provas escritas (20 de outubro e 08 de dezembro). A nota final será a média aritmética das notas das duas provas.