Prova 2 Tema A **IAL Turma 5** **18/08/2022**

Nome e matrícula: ....

Justificar todas as respostas. Respostas não justificadas não serão consideradas.

Sejam

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \; v_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \; v_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix}, \; v_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Cada item vale 1 ponto.

1. Calcule $v_1 + v_2 + v_3$.
2. Mostre que $\{v_1, v_2, v_3\}$ não é uma base de $\mathbb{R}^3$.
3. Calcule a dimensão de $[v_1, v_2, v_3]$.
4. Encontre uma base de $[v_2, v_4]^\perp \leq \mathbb{R}^3$.
5. Encontre uma base ortogonal de $[v_2, v_4]$.
6. Encontre um sistema linear homogêneo cujo espaço-solução é $[v_1, v_2]$.
7. É possível escrever v_3 como combinação linear de v_1 e v_2?
8. Calcule $\det(A^T A)$, sendo A a matriz 3×3 cujas colunas são v_1, v_2, v_3 (nesta ordem).
9. Calcule a projeção ortogonal de v_3 sobre $[v_1]$.
10. Calcule o posto de $\begin{pmatrix} h & 1 & h \\ 1 & h & 1 \\ h & 1 & h \end{pmatrix}$ para todo $h \in \mathbb{R}$.

A notação é a usual,

$$[v_1, \ldots, v_k] = \left\{ \sum_{i=1}^{k} a_i v_i \;:\; a_1, \ldots, a_k \in \mathbb{R} \right\}$$

é o espaço vetorial gerado por $v_1, \ldots, v_k$.

Se $W \leq \mathbb{R}^n$, então

$$W^\perp = \{v \in \mathbb{R}^n \;:\; v \cdot w = 0 \quad \forall w \in W\}.$$

Prova 2 Tema B **IAL Turma 5** **18/08/2022**

Nome e matrícula: ....

Justificar todas as respostas. Respostas não justificadas não serão consideradas.

Sejam

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}, \ v_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}, \ v_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix}, \ v_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

Cada item vale 1 ponto.

1. Calcule $v_1 + v_2 + v_3$.
2. Mostre que $\{v_1, v_2, v_3\}$ não é uma base de $\mathbb{R}^3$.
3. Calcule a dimensão de $[v_1, v_2, v_3]$.
4. Encontre uma base de $[v_2, v_4]^\perp \leq \mathbb{R}^3$.
5. Encontre uma base ortogonal de $[v_1, v_2]$.
6. Encontre um sistema linear homogêneo cujo espaço-solução é $[v_1, v_2]$.
7. É possível escrever v_3 como combinação linear de v_1 e v_2?
8. Calcule $\det(A^T A)$, sendo A a matriz 3×3 cujas colunas são v_1, v_2, v_3 (nesta ordem).
9. Calcule a projeção ortogonal de v_3 sobre $[v_1]$.
10. Calcule o posto de $\begin{pmatrix} h & 1 & h \\ 1 & h & 1 \\ h & 1 & h \end{pmatrix}$ para todo $h \in \mathbb{R}$.

A notação é a usual,

$$[v_1, \ldots, v_k] = \left\{ \sum_{i=1}^{k} a_i v_i \ : \ a_1, \ldots, a_k \in \mathbb{R} \right\}$$

é o espaço vetorial gerado por $v_1, \ldots, v_k$.

Se $W \leq \mathbb{R}^n$, então

$$W^\perp = \{v \in \mathbb{R}^n \ : \ v \cdot w = 0 \quad \forall w \in W\}.$$