

**Nome e matrícula:**

Justificar todas as respostas.

Respostas não justificadas não serão consideradas.

**1. Exercício 1 [2 pontos].**

Seja  $f : X \rightarrow Y$  uma função. Lembre-se que a imagem de  $A \subseteq X$  por meio de  $f$  é o conjunto

$$f(A) = \{f(a) : a \in A\} \subseteq Y.$$

Suponha  $f : X \rightarrow Y$  injetiva e sejam  $A, B \subseteq X$ . Mostre que

$$f(A \cap B) = f(A) \cap f(B).$$

Um ponto para cada inclusão.

**2. Exercício 2 [2 pontos].**

Seja  $f : X \rightarrow X$  uma função e seja  $R$  a relação de  $X$  definida por  $xRy$  se e somente se  $f(x) = y$ . Mostre que

- (a) (1 ponto) se  $R$  é simétrica então  $f$  é bijetiva,
- (b) (1 ponto) se  $R$  é transitiva então  $R$  é antisimétrica.

**3. Exercício 3 [3 pontos].**

Seja  $\mathbb{R}$  o conjunto dos números reais e seja  $\star$  a operação de  $A = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$  definida por

$$(a, b) \star (c, d) := (4ac, b + d + 1).$$

- (a) (1 ponto) Mostre que  $\star$  é associativa e comutativa.
- (b) (1 ponto) Encontre o seu elemento neutro  $e$ .
- (c) (1 ponto) Calcule o inverso de  $z = (1, 1)$ , ou seja encontre  $w \in A$  tal que  $z \star w = e$ .

**4. Exercício 4 [3 pontos].**

- (a) (1 ponto) Encontre inteiros  $a, b$  tais que  $57a + 33b = 3$ .
- (b) (1 ponto) Resolva a equação  $3x \equiv 2 \pmod{11}$ .
- (c) (1 ponto) Resolva a equação  $12x \equiv 8 \pmod{44}$ .