Primeira prova **ÁLGEBRA 1 Turma D** **11/04/2017**

Nome e matricula:

Justificar todas as respostas.
Respostas não justificadas não serão consideradas.

1. **Exercício 1 [3 pontos]**
   (a) (1 ponto) Encontre inteiros a, b tais que $21a + 13b = 1$.
   (b) (1 ponto) Resolva a equação $13x \equiv 2 \mod 21$.
   (c) (1 ponto) Resolva a equação $39x \equiv 6 \mod 63$.

2. **Exercício 2 [2 pontos]**
   Seja $f : A \to \mathbb{Z}$ uma função e seja R a relação sobre A dada por "aRb se e somente se $f(a) \leq f(b)$". Mostre que
   - (1 ponto) R é reflexiva e transitiva.
   - (1 ponto) R é antisimétrica se e somente se f é injetiva.

3. **Exercício 3 [1 ponto]**
   Considere a operação $a * b := ab - a - b + 2$ definida em $\mathbb{Z}$.
   Mostre que $*$ é associativa.

4. **Exercício 4 [1 ponto]**
   Seja $*$ uma operação associativa de $X = \{1, 2\}$ tal que $1*1 = 2$ e $1*2 = 1$. Calcule $2 * 1$ e $2 * 2$.

5. **Exercício 4 [3 pontos]**
   Seja $X = \{1, 2, 3\}$ e seja $Y = P(X) \times P(X)$ onde $P(X)$ é o conjunto das partes de X. Defina a relação R sobre Y dada por $(A, B)R(C, D)$ se e somente se $A \cap B = C \cap D$.
   - (1 ponto) Mostre que R é uma equivalência.
   - (1 ponto) Lembre-se que o conjunto quociente Y/R é o conjunto das classes de equivalência $[(A, B)]_R = \{(C, D) \in Y \; : \; (A, B)R(C, D)\}$. Mostre que a função
   $$f : Y/R \to P(X)$$
   $$f([(A, B)]_R) := A \cap B$$
   é bem definida e bijetiva.
   - (1 ponto) Conte as classes de equivalência.