

Nome e matrícula:

Justificar todas as respostas.

Respostas não justificadas não serão consideradas.

1. Exercício 1 [4 pontos]

- (a) (1 ponto) Encontre inteiros x, y tais que $31x + 24y = 1$.
- (b) (1 ponto) Resolva a equação $9x \equiv 3 \pmod{12}$.
- (c) (1 ponto) Resolva a equação $31x \equiv 6 \pmod{24}$.
- (d) (1 ponto) Mostre que se z é um número inteiro qualquer então existem dois inteiros a, b tais que $31a + 24b = z$.

2. Exercício 2 [1 ponto]

Para cada classe módulo 14 que admite inverso multiplicativo calcule o inverso multiplicativo de tal classe. Lembre-se que o inverso multiplicativo da classe \bar{x} é uma classe \bar{y} tal que $\bar{x} \cdot \bar{y} = \bar{1}$, ou seja $xy \equiv 1 \pmod{14}$.

3. Exercício 3 [3 pontos]

Seja $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ uma função, onde \mathbb{Z} é o conjunto dos números inteiros.

Defina uma operação de \mathbb{Z} por

$$x * y := f(x)f(y).$$

- (a) (1 ponto) Mostre que $*$ é uma operação comutativa.
- (b) Suponha que exista um elemento neutro $e \in \mathbb{Z}$, ou seja

$$x * e = x = e * x$$

para todo $x \in \mathbb{Z}$.

- i. (1 ponto) Mostre que f é injetiva.
- ii. (1 ponto) Mostre que f é sobrejetiva.

4. Exercício 4 [2 pontos]

Sejam A, B, C conjuntos. Lembre-se que $A - B = \{a \in A : a \notin B\}$. Mostre que

$$A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cap C).$$

Cada inclusão vale um ponto.