Segunda prova **ÁLGEBRA 1 Turma C** **31/05/2019**

Nome e matrícula:

Justificar todas as respostas.
Respostas não justificadas não serão consideradas.

Cada item vale 1 ponto.

1. Seja G um grupo (notação multiplicativa) e sejam $g \in G$ e $H \leq G$. Defina
$$K = \{gxg^{-1} \ : \ x \in H\}.$$
Mostre que $K \leq G$.

2. Dado um grupo cíclico $G = \langle y \rangle$ de ordem 18 calcule a ordem de y^7.

3. Dado um grupo cíclico $G = \langle h \rangle$ de ordem 14 calcule a ordem de h^4.

4. Lembre-se que $U(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})$ é o grupo multiplicativo dos elementos de $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ que admitem inverso multiplicativo em $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Conte os elementos de ordem 9 no grupo $U(\mathbb{Z}/18\mathbb{Z})$.

5. Conte os subgrupos de $U(\mathbb{Z}/11\mathbb{Z})$.

6. Encontre um grupo com exatamente 6 subgrupos.

7. Dado um grupo cíclico $G = \langle y \rangle$ de ordem 18 conte os elementos de G de ordem 9.

8. Seja $A = \mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$ com as operações usuais de soma e produto de classes. Seja
$$G = \{(a, b) \in A \times A \ : \ a \neq 0\}.$$
Sabendo que a operação
$$(a, b) \star (c, d) := (ac, b + d)$$
é associativa (não precisa mostrar isso) mostre que G é um grupo com a operação $\star$ (com elemento neutro $(1, 0)$).

9. Dado o grupo G do item anterior calcule a ordem do elemento $(2, 1)$.

10. O grupo G do item 8 é cíclico?