Segunda prova **ÁLGEBRA 1 Turma D** **23/05/2017**

Nome e matrícula:

Justificar todas as respostas.
Respostas não justificadas não serão consideradas.

1. **Exercício 1 [4 pontos]**

   Seja $G = C_{20} = \langle x \rangle$ o grupo multiplicativo cíclico de ordem 20, onde $o(x) = 20$.

   (a) (1 ponto) Calcule a ordem de x^2.

   (b) (1 ponto) Calcule a ordem de x^{18}.

   (c) (1 ponto) Conte os elementos de ordem 5 em G.

   (d) (1 ponto) Conte os subgrupos de G.

2. **Exercício 2 [2 pontos]**

   Seja $G = U(\mathbb{Z}/18\mathbb{Z})$ o grupo multiplicativo das classes módulo 18 que admitem inverso modular.

   (a) (1 ponto) Calcule a ordem do elemento $5 \in G$.

   (b) (1 ponto) Mostre que G é cíclico.

3. **Exercício 3 [3 pontos]**

   Seja G um grupo multiplicativo comutativo, ou seja $xy = yx$ para todo $x, y \in G$.

   (a) (1 ponto) Mostre que se A e B são subgrupos de G então

   $$AB = \{ab \ : \ a \in A, \ b \in B\}$$

   é um subgrupo de G.

   (b) (1 ponto) Mostre que $\{x \in G \ : \ x^3 = 1\}$ é um subgrupo de G.

   (c) (1 ponto) Calcule $|\{x \in G \ : \ x^3 = 1\}|$ quando $G = C_n$ é um grupo cíclico de ordem n.

4. **Exercício 4 [1 ponto]**

   Seja G um grupo finito e seja $g \in G$. Seja $H = G - \{g\}$ o conjunto dos elementos de G diferentes de g.

   Mostre que se H é um subgrupo de G então $|G| = 2$.