



**Universidade de Brasília**

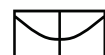
# IX Workshop de Verão em Matemática

De 13/fev a 17/fev de 2017

**Livro de Resumos  
Book of Abstracts**



Arte: inspirada em Atilio Bulcão, 1984. Painel em azulejos, Residência Celso Kaufman, Brasília - DF (imagem gentilmente cedida pela Fundação Atilio Bulcão - [www.fundathos.org.br](http://www.fundathos.org.br))



**UnB|MAT**



XLVI ESCOLA DE VERÃO EM MATEMÁTICA

IX WORKSHOP DE VERÃO EM MATEMÁTICA

Livro de Resumos



# Universidade de Brasília

Universidade de Brasília  
Instituto de Ciências Exatas  
Departamento de Matemática  
Campus Universitário Darcy Ribeiro  
70910-900 Brasília - DF

XLVI Escola de Verão em Matemática  
IX Workshop de Verão em Matemática

Reitora da Universidade de Brasília: Márcia Abrahão  
Diretor do Instituto de Ciências Exatas: Adail de Castro Cavalheiro  
Chefe do Departamento de Matemática: Hemar Teixeira Godinho  
Coordenadora de Extensão: Regina da Silva Pina Neves  
Coordenador de Pós-Graduação: Marcelo Fernandes Furtado

Coordenadores da XLVI Escola de Verão em Matemática e do IX Workshop de Verão em Matemática:

Leandro Martins Cioletti  
Paulo Henrique P. da Costa

Coordenadores de Áreas do IX Workshop de Verão em Matemática:

Álgebra e Teoria dos Números: Raimundo Bastos  
Análise: Jaqueline G. Mesquita  
Educação Matemática: Regina da Silva Pina Neves  
Geometria: João Paulo dos Santos  
Matemática Aplicada: Camila de Oliveira Vieira  
Probabilidade: Ary Vasconcelos Medino  
Sistemas Dinâmicos: André Caldas  
Teoria da Computação: Daniele Nantes Sobrinho

Elaboração do Livro de Resumos: Camila de Oliveira Vieira  
Apoio à Elaboração do Livro de Resumos: Wesley Pereira da Silva  
Projeto Gráfico da Capa: Janaína Mendes Pereira da Silva

Brasília, fevereiro de 2017.

# Prefácio

Caros participantes,

É com enorme prazer que lhes damos as boas-vindas ao IX Workshop de Verão em Matemática, realizado paralelamente aos cursos da Escola de Verão do Departamento de Matemática da Universidade de Brasília.

A Escola de Verão do Departamento de Matemática da Universidade de Brasília foi idealizada no início dos anos 70 e, nestes mais de quarenta anos de tradição, tem fomentado em diversos níveis o intercâmbio científico-cultural entre seus participantes. Estas interações acadêmicas são fundamentais para o progresso do conhecimento e para propiciar colaborações de pesquisa de valor inestimável. De fato, o Programa de Pós-Graduação em Matemática da Universidade de Brasília, atualmente avaliado com nota 7 na CAPES, muito tem se beneficiado de um ambiente acadêmico ativo e produtivo e, de fato, eventos como o Workshop foram importantes para que nosso programa de pós-graduação atingisse este nível de excelência.

Neste evento serão promovidas palestras de divulgação científica e minicursos em diferentes áreas de interesse, fornecendo aos participantes da Escola de Verão uma visão diversificada sobre variados tópicos de pesquisa em Matemática, em especial nas áreas de interesse dos pesquisadores do MAT/UnB. O principal objetivo destas atividades consiste no intercâmbio e divulgação de trabalhos desenvolvidos pelos pesquisadores e estudantes de pós-graduação participantes do evento. Assim, gostaríamos de agradecer todo o suporte e empenho dos subcoordenadores de áreas do Workshop e das secretarias de graduação e de pós-graduação do Departamento de Matemática.

Agradecemos, em especial, o apoio substancial da Universidade de Brasília, da FAP-DF e da CAPES, que nos concederam recursos essenciais para a organização deste evento.

Finalmente, apenas nos resta desejá-los uma excelente estadia em Brasília e na Universidade de Brasília. Assistam a muitas palestras, interajam com várias pessoas, aprendam muita matemática e, acima de tudo, DIVIRTAM-SE!

Um grande abraço,

Leandro Martins Cioletti e Paulo Henrique P. da Costa  
Coordenadores do IX Workshop de Verão em Matemática  
Coordenadores da XLVI Escola de Verão do MAT-UnB

# Álgebra e Teoria dos Números

## Conjectura de Goldbach sobre anéis de Polinômios

Abílio Lemos (abiliolemos@ufv.br)

Universidade Federal de Viçosa

**Resumo.** Dizemos que o anel  $D$  satisfaz a “Propriedade de Goldbach” se : todo elemento de  $D[x]$  de grau  $d > 1$  pode ser escrito como soma de dois irredutíveis em  $D[x]$ . Em 1965, Hayes provou que o anel dos inteiros satisfaz a Propriedade de Goldbach, resultado redescoberto por Rattan e Stewart em 1998. Em 2010, Pollack provou que se  $D$  é um domínio de integridade que é Noetheriano e possui infinitos ideais maximais, então  $D$  satisfaz a propriedade de Goldbach.

Definimos  $R(y)$  como o número de representações do polinômio mônico  $f(x)$  em  $D[x]$  de grau  $d > 1$  como uma soma de dois polinômios mônicos irredutíveis  $g(x)$  e  $h(x)$  em  $D[x]$ , com os coeficientes de  $g(x)$  e  $h(x)$  limitados em módulo complexo por  $y$ . Em 2010, Kozek provou que  $R(y)$  é assintótico a  $(2y)^{d-1}$  quando  $D$  é o anel dos inteiros. Em 2014, De Araujo-Lemos provaram que quando  $D$  é um anel quadrático complexo, então  $R(y)$  é assintótico a  $(4y)^{2d-2}$ .

## Representações transitivas e fechadas por estado de produtos entrelaçados de grupos abelianos

Alex Carrazedo Dantas (alexcdan@gmail.com)

Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Campus de Guarapuava

**Resumo.** Dizemos que um grupo  $G$  é transitivo e fechado por estado se existem um subgrupo  $H$  de  $G$ , com índice finito, e um homomorfismo  $f : H \rightarrow G$  tais que se  $K \leq H$  é normal em  $G$  e  $K^f \leq K$ , então  $K = \{1\}$ . É conhecido que o lamplighter group  $\mathbb{Z}_2 \wr \mathbb{Z}$  é fechado por estado, mais geral,  $A \wr \mathbb{Z}$  também o é, onde  $A$  é um grupo abeliano finito. Nessa apresentação, vamos mostrar que se  $A \wr B$  é um produto entrelaçado de grupos abelianos transitivo e fechado por estado, onde  $B$  é livre de torção, então  $A$  é de torção com expoente finito.

Joint work with *Said Najati Sidki*.

## Referências

- [1] M. F. ATIYAH, *Elliptic operators, discrete groups and von Neumann Algebras*, Société Mathématique de France, (1976), 43-72.
- [2] A. C. DANTAS AND S. N. SIDKI, *On state-closed representations of restricted wreath product of groups of type  $G_{p,d} = C_p \wr C^d$* , Journal of Algebra, Accepted, 2017.
- [3] A. C. DANTAS AND S. N. SIDKI, *On self-similarity of wreath products of abelian groups*, Groups, Geometry, and Dynamics, Accepted, 2017.

- [4] R. GRIGORCHUCK AND A. ZUK, *The Lamplighter group as a group generated by 2-state automaton and its spectrum*, Geometriae Dedicata, 87 (2001), 209-244.
- [5] M. KAMBIDES, P. SILVA AND B. STEINBERG, *The spectra of Lamplighter groups and Cayley machines*, Geom. Dedicata, 120 (2006), 193-227.
- [6] P. SILVA, B. STEINBERG, *On a class of automata groups generalizing Lamplighter groups*, Int. J. Algebra Comut. 15 (2005), 1213-1234.

## An explicit family of $U_m$ -numbers

Ana Paula Chaves (apchaves.math@gmail.com)  
Universidade Federal de Goiás

**Abstract.** In 1844 Liouville constructed the first example of a transcendent number

$$\ell = \sum_{n=1}^{\infty} 10^{-n!}.$$

Almost hundred years later K. Mahler [J. Reine Angew. Math. 166, 118–136 (1931; Zbl 0003.15101)] proposed to subdivide the real numbers into four classes, according to their properties of approximation by algebraic numbers. He split the set of transcendental numbers into three disjoint sets, named  $S$ –,  $T$ – and  $U$ –numbers. The  $U$ –numbers generalize the concept of Liouville numbers. LeVeque noticed in [J. Lond. Math. Soc. 28, 220–229 (1953; Zbl 0053.36203)], that the  $U$ –numbers can be further split into the  $U_m$  classes, according to their properties of approximation of algebraic number of degree  $m$ . In this presentation, we work towards to construct  $U_m$  numbers as a product of  $\ell$  with some algebraic numbers of degree  $m$ .

## Propriedades homológicas de produto fibra

Dessislava H. Kochloukova (desi@ime.unicamp.br)  
Universidade Estadual de Campinas

**Resumo.** Vamos discutir a Homológica  $n - (n + 1) - (n + 2)$  Conjectura que trata o tipo homológico  $FP_n$  de produto fibra de duas sequencias exatas de grupos. Os resultados que serão discutidos foram obtidos junto com *Francismar F. Lima* durante o doutorado dele no IMECC, UNICAMP.

## Identidades de Álgebras Reais Simples com Graduação com Divisão

Diogo Diniz Pereira da Silva e Silva (diogo@mat.ufcg.edu.br)  
Universidade Federal de Campina Grande

**Resumo.** Sejam  $A$  e  $B$  álgebras reais simples de dimensão finita munidas com uma graduação por um grupo abeliano  $G$ . Nesta palestra daremos condições necessárias e suficientes para a coincidência

das identidades graduadas de  $A$  e de  $B$ . Para álgebras sobre um corpo algebricamente fechado é conhecido que  $A$  e  $B$  satisfazem as mesmas identidades graduadas se, e somente se, são isomorfas como álgebras graduadas. Também descreveremos bases para as identidades graduadas e polinômios centrais graduados de  $G$ -gradações com divisão nestas álgebras.

## Sequências maximais livres de soma-zero para grupos metacíclicos

**Fabio Enrique Brochero Martinez** (fbrocher@mat.ufmg.br)  
Universidade Federal de Minas Gerais

**Resumo.** Seja  $G$  um grupo não necessariamente abeliano, escrito multiplicativamente. Dizemos que uma subsequência  $S$  de  $G$  é livre de soma-zero se nenhuma subsequência não vazia tem produto 1. Em geral podemos dizer que problema de tipo soma-zero estudam condições para que um sequência  $S$  de  $G$  possua subsequência com produto 1 satisfazendo alguma propriedade especial. Um exemplo de problema de tipo soma-zero é o Teorema de Erdős-Ginzburg-Ziv: Dados  $2n - 1$  inteiros, podemos escolher  $n$  tal que sua soma é divisível por  $n$ , ou em linguagem de teoria de grupos, toda sequência de comprimento  $2n - 1$  em um grupo cíclico com  $n$  elementos possui uma subsequência de comprimento  $n$  com produto 1. Neste caso, é fácil verificar que existem sequências de comprimento  $2n - 2$  e livres de soma-zero de comprimento  $n$ . Nosso trabalho consideramos o grupo metabeliano  $G$  tal que  $Z_q$  é subgrupo normal (com  $q$  primo) tal  $G/Z_q = Z_m$ , e caracterizamos todas as sequências em  $G$  maximais livres de soma-zero.

Este trabalho é feito em conjunto com *Sávio Ribas*, (UFMG).

## Introdução ao GAP

**Igor dos Santos Lima** (igor.matematico@gmail.com)  
Universidade Federal de Goiás

**Ricardo Nunes de Oliveira** (roricardo@gmail.com)  
Universidade Federal de Goiás

**Objetivos.** Este minicurso visa apresentar algumas aplicações de Teoria de Conjuntos, teoria de grupos e teoria de números utilizando o software livre GAP (Groups, Algorithms and Programming) em ambiente Linux e uma versão interativa para Windows, o GGAP.

**Ementa.** Tópicos em teoria de conjuntos: operações entre conjuntos. Teoria de grupos: grupos finitos, simples, livres, apresentação de grupos e propriedades de grupos. Teoria de números: fatoração, congruência, símbolos de Legendre e reciprocidade quadrática. Teorema do resto chinês. Funções  $\phi$ , de Euler,  $\sigma$  e  $\tau$ . Instalação do GAP e passos iniciais envolvendo listas e funções. Interações: interação entre o GAP o  $\LaTeX$ , resolução do Cubo de Rubik via GAP. Versão interativa GGAP do GAP aplicada ao ensino de Álgebra.

## Referências

- [1] Manual do GAP do Prof. Noraí Rocco. Universidade de Brasília.
- [2] Manual do GAP disponível no site oficial do GAP.
- [3] Manual do GAP e GGAP implementado no próprio GAP.
- [4] Apostila do minicurso GAP do Prof. Csaba Schneider. Escola de Álgebra. Maringá 2014.
- [5] Manual do GGAP do Prof. Igor Lima. Universidade Federal de Goiás/Catalão.

## Zeta functions of groups and isospectral pro- $p$ groups

**Ilir Snopce** (ilir@im.ufrj.br)  
Universidade Federal do Rio de Janeiro

**Abstract.** Let  $\Gamma$  be a finitely generated abstract group or a finitely generated profinite group, and for  $n \in \mathbb{N}$ , let  $a_n(\Gamma)$  denote the number of subgroups of index  $n$  in  $\Gamma$ . The *subgroup zeta function* of  $\Gamma$  is given by the formal Dirichlet series

$$\zeta_{\Gamma}(s) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n(\Gamma)n^{-s}.$$

We say that two groups  $H$  and  $K$  are *isospectral* if their subgroup zeta functions are the same. In this talk I will discuss various results about isospectral pro- $p$  groups.

## Coberturas de módulos por submódulos cíclicos

**Irene Naomi Nakaoka** (innakaoka@uem.br)  
Departamento de Matemática  
Universidade Estadual de Maringá

**Resumo.** Dado um módulo  $M$  sobre um anel comutativo com identidade, dizemos que um subconjunto  $H$  de  $M$  é uma cobertura cíclica de  $M$  quando este módulo é a união dos submódulos cíclicos  $\langle h \rangle$ , onde  $h$  está em  $H$ . Tal cobertura é irredundante se nenhum subconjunto próprio de  $H$  é uma cobertura cíclica de  $M$ .

Nessa palestra, discutiremos alguns problemas envolvendo existência e construção de coberturas cíclicas irredundantes de módulos, em especial quando o módulo é livre de posto finito sobre um anel artiniano. No caso particular em que  $M$  é um módulo livre e finito, discutiremos também o problema de se determinar a menor cardinalidade de uma cobertura cíclica de  $M$ .

Esse é um trabalho em conjunto com *Otávio J.N.T.N dos Santos*.

## Sigma-invariantes de grupos de Artin



**Kisnney Emiliano de Almeida** (kisnney@gmail.com)  
Universidade Estadual de Feira de Santana

**Resumo.** Sigma-invariantes são invariantes geométricos de grupos finitamente gerados que, dentre outras aplicações, podem ser utilizados para determinar se um dado subgrupo de  $G$  que contenha  $G'$  herda as propriedades de finitude homotópicas e homológicas de  $G$ . Os Sigma-invariantes de grupos de Artin ainda não estão totalmente descritos. Apresentaremos avanços já obtidos nessa área, incluindo alguns resultados recentes.

## Path algebra as a left adjoint functor

**Kostiantyn Iusenko** (iusenko@ime.usp.br)  
Universidade de São Paulo

**Abstract.** Quivers play a fundamental role in the representation theory of algebras. It is well known that any finite-dimensional algebra (over an algebraically closed field) is Morita equivalent to the path algebra of a certain quiver modulo an admissible ideal. We consider intermediate categories between "quivers" and "elementary algebras" so that the path algebra (viewed as a functor) has a right adjoint.

Based on joint work in progress with *John MacQuarrie*, (UFMG).

## Cocaracteres graduados para a álgebra de Lie $W_1$

**Manuela da Silva Souza** (manuela.dss@gmail.com)  
Universidade Federal da Bahia

**Resumo.** Com base no trabalho de Freitas, Koshlukov e Krassilnikov “ $Z$ -graded identities of the Lie algebra  $W_1$ ” descrevemos os cocaracteres  $Z$ -graduados da álgebra de Lie  $W_1$ , a álgebra de derivações de polinômios em uma variável.

Esse trabalho é em colaboração com *Gildeane Almeida Duarte*.

## Produto tensorial de representações primas de grupos quânticos

**Matheus Brito** (matheus.bb@gmail.com)  
Universidade Federal do Paraná

**Resumo.** Nesta palestra discutiremos sobre objetos primos na categoria de representações de dimensão finita de álgebras afim quantizadas. Para certas subcategorias, classificamos tais objetos e fornecemos condições necessárias e suficientes para o produto tensorial de dois tais objetos ser irredutível. Além disso, no caso que for redutível, provamos que sua sequência de Jorda-Holder tem comprimento 2 e descrevemos explicitamente seus fatores.

## Partial cohomology of groups

Nicola Sambonet (nsambonet@gmail.com)

Universidade de São Paulo

**Abstract.** Many classical concepts find an analogue in the theory of partial actions of groups. Nonetheless, the partial counterpart of a notion could exhibit unexpected features. We describe some elements of cohomology in this new framework.

## Resultados recentes sobre zeros p-ádicos de polinômios diagonais

Paulo Henrique de Azevedo Rodrigues (paulo.mat.ufg@gmail.com)

Universidade Federal de Goiás

**Resumo.** Nesta apresentação trataremos sobre zeros de polinômios diagonais sobre o corpo dos números p-ádicos, exibindo algumas técnicas recentes e releituras de métodos clássicos para garantir a existência de soluções tanto de equações diagonais como de sistemas de tais equações. Em alguns casos mostraremos que os resultados são os melhores possíveis.

# Análise

## A sharp Adams type inequality for weighted Sobolev spaces including fractional dimensions

Abiel Costa Macedo (abielcosta@gmail.com)

Universidade Federal de Goiás

**Abstract.** In this work we derive a sharp Adams type inequality for weighted Sobolev space and the best constant for some Hardy Inequality in the fractional case. The inequalities we obtain here extend for fractional dimensions the classical results in the radial case. The first derivative case was extended by Oliveira and do Ó [3].

## References

- [1] Adams, D. R.: *A sharp inequality of J. Moser for higher order derivatives*. Ann. Math. **128**, 385–398 (1988).
- [2] P. Clément, D. G. de Figueiredo, E. Mitidieri, *Quasilinear elliptic equations with critical exponents*, Topol. Methods Nonlinear Anal. **7** (1996), 133–170.
- [3] J. F. de Oliveira, J. M. do O, *Trudinger-Moser type inequalities for weighted Sobolev spaces involving fractional dimensions*, Proceedings of the American Mathematical Society, vol. **142** (2014), 2813–2828.
- [4] A. Kufner, B. Opic, *Hardy-type Inequalities*, Pitman Res. Notes in Math., vol. **219**, Longman Scientific and Technical, Harlow, (1990).

## Asymptotic behavior of the Schrödinger-Debye system with refractive index of square wave amplitude

Adán J. Corcho (adan@im.ufrj.br)

Universidade Federal do Rio de Janeiro

**Abstract.** We consider  $(u_\tau, v_\tau) \in H^1 \times H^1$  solutions of the focusing one-dimensional Schrödinger-Debye system with small response time ( $0 < \tau \ll 1$ ) and data  $(u_{\tau_0}, v_{\tau_0})$  uniformly bounded in  $H^1 \times L^2$  and verifying that  $u_{\tau_0} \xrightarrow{H^1} u_0$  as  $\tau$  tends to 0. We prove that  $(u_\tau, v_\tau)$  converge to  $(u, -|u|^2)$  in the space  $L^\infty_{[0,T]} L^2_x \times L^1_{[0,T]} L^2_x$ , when  $\tau$  tends to zero, where  $u$  is the solution of the classical one-dimensional cubic nonlinear Schrödinger equation with initial data  $u_0$ . Furthermore, under certain compatibility conditions for initial data we prove the convergence  $v_\tau \xrightarrow{L^\infty_T L^2_x} -|u|^2$ . Our results improve the previous ones obtained by B. Bidégaray in 1998 (see Advances in Differential Equations Vol. 3, Number 3, 1998).

This a joint work with *Juan Carlos Cordero* (*Universidad Nacional de Colombia - Sede Manizales*).

## Invertibility of nonsmooth mappings

**Adilson Eduardo Presoto** ([presoto@dm.ufscar.br](mailto:presoto@dm.ufscar.br))  
Universidade Federal de São Carlos

**Abstract.** Let  $F : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^N$  be a locally Lipschitz continuous function. We prove that  $F$  is a global homeomorphism or only injective, under suitable assumptions on the subdifferential  $\partial F(x)$ . We use variational methods, nonsmooth inverse function theorem and extensions of the Hadamard-Levy Theorem. We also address questions on the Markus-Yamabe conjecture.

## Positive Solution of Null Mass Nonlinear Field equation in Exterior Domains

**Alireza Khatib** ([A.Khatib@mat.unb.br](mailto:A.Khatib@mat.unb.br))  
Universidade de Brasília

**Abstract.** We will present some recent results, part of my doctorate thesis, on the existence of a positive solution for the following class of elliptic problems

$$-\Delta u = f(u), \quad \text{in } \Omega, \quad u \in H_0^1(\Omega),$$

where  $\Omega$  is an unbounded domain in  $\mathbb{R}^N$  not necessarily symmetric,  $N \geq 3$ , with smooth boundary  $\partial\Omega \neq \emptyset$  bounded, and such that  $\mathbb{R}^N \setminus \Omega$  is bounded. The non-linearity  $f$  is super-critical at zero and superquadratic and subcritical at infinity. This result is established via a linking argument on the Nehari manifold and by means of a barycenter function. We give a brief overview of the Orlicz spaces involved.

This is a work in collaboration with my advisor Professor *Liliane A. Maia*.

## On a class of bi-nonlocal problems with critical growth in Sobolev spaces with variable exponent

**Augusto César dos Reis Costa** ([aug@ufpa.br](mailto:aug@ufpa.br))  
Universidade Federal do Pará

**Abstract.** We study existence and multiplicity of solutions of nonlocal  $p(x)$ -Kirchhoff equations with critical exponent, involving an additional nonlocal term. Our result is related to the problems of Dirichlet and Neumann. We use the concentration compactness principle of P.L. Lions, to the variable exponent spaces, extended by Bonder and Silva [1], and it's version from the point of view of the trace, due to Bonder, Saintier and Silva [2].

## References

- [1] J.F. Bonder and A. Silva, The concentration compactness principle for variable exponent spaces and application, *Electron. J. Differential Equations*, Vol. 2010, no. 141, 1-18.
- [2] J.F. Bonder, N. Saintier and A. Silva, On the Sobolev trace theorem for variable exponent spaces in the critical range, *Ann. Mat. Pura Appl.*, (4), 193 (2014), 1607-1628.

## Nonquadraticity conditions at infinity

**Edcarlos Domingos da Silva** (eddomingos@hotmail.com)  
Universidade Federal de Goiás

**Abstract.** In this talk we consider some elliptic problems using the nonquadraticity condition at infinity proving existence and multiplicity results. The main novel here is to ensure the compactness condition using the nonquadraticity condition on the nonlinear term.

## Regularity theory for mean-field games systems

**Edgard Pimentel** (edgard.pimentel@gmail.com)  
Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro

**Abstract.** In this talk, we discuss the existence of smooth solutions  $(u, m)$  for the following mean-field games problem

$$\begin{cases} -u_t + H(x, Du) = \Delta u + g[m] & \text{in } \mathbb{T}^d \times (0, T) \\ m_t - \operatorname{div}(D_p H(Du)m) = \Delta m & \text{in } \mathbb{T}^d \times (0, T), \end{cases}$$

under certain assumptions on the Hamiltonian  $H : \mathbb{T}^d \times \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$  and the mean-field hypothesis  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . Our reasoning relies on a number of a priori estimates for the solutions of an approximate problem; such estimates depend intrinsically on the various formulations of the coupling  $g$ , as well as on the growth regime of  $H$ . We also present a few results regarding the elliptic (stationary) version of this system. To conclude the talk, we discuss some work in progress and various open problems in the field.

## Uma versão do Teorema de Massera para funções definidas em escalas temporais

**Eduard Toon** (eduard.toon@ufjf.edu.br)  
Universidade Federal de Juiz de Fora

**Resumo.** No presente trabalho apresentaremos uma versão de um teorema do tipo Massera para funções definidas em escalas temporais, isto é, buscaremos condições para obtenção de soluções periódicas para equações dinâmicas em escalas temporais. Além disso, mostraremos que toda solução

quase-periódica é na verdade periódica, desde que o lado direito da equação dinâmica seja uma função periódica.

## Existência de solução para equação de Schrödinger com potencial Periódico

Everaldo Medeiros (everaldomedeiros1@gmail.com)

Universidade Federal da Paraíba

**Resumo.** Nesta palestra apresentaremos alguns resultados de existência de solução para uma classe de equações de Schrödinger cujo potencial e período com zero pertencente a fronteira do gap espectral.

## Some results of analyticity and regularity for second order difference equations

Filipe Dantas dos Santos (filipeddsmat@gmail.com)

Universidade Federal de Sergipe

**Abstract.** We will develop a theory of analyticity for second order equations in discrete time and, from the obtained results, we will give a characterization to the problem of maximal regularity in  $\ell^p$  spaces, with  $p \in (1, \infty)$ .

## Existence and asymptotic behavior of solutions to $\alpha$ -Navier-Stokes-Vlasov equations

Gabriela Planas (gplanas@ime.unicamp.br)

Universidade Estadual de Campinas

**Abstract.** In this talk we consider the  $\alpha$ -Navier-Stokes equations coupled with a Vlasov type equation to model the flow of an incompressible fluid containing small particles. We prove the global existence of weak solutions to the coupled system subject to periodic boundary conditions. We also discuss the convergence of its solutions to that of the Navier-Stokes-Vlasov equations when  $\alpha$  tends to zero.

Joint work with *Cristyan Pinheiro (Unicamp)*.

## Existence of ground state solutions to Dirac equations with vanishing potentials at infinity

Giovany Figueiredo (giovanyalcherfigueiredo@gmail.com)

Universidade de Brasília

**Abstract.** In this work we study the existence of ground-state solutions of Dirac equations with potentials which are allowed to vanish at infinity. The approach is based on minimization of the energy functional over a generalized Nehari set. Some conditions on the potentials are given in order to overcome the lack of compactness.

## References

- [1] Alves, C.O., Souto, M.A., *Existence of solutions for a class of nonlinear Schrödinger equations with potential vanishing at infinity*, J. Differential Equations, 254 (2) (2013), 1977-1991.
- [2] Barile, S., Figueiredo, G.M., *Existence of least energy positive, negative and nodal solutions for a class of  $p$ - $q$ -problems with potentials vanishing at infinity*, J. Mat. Anal. Appl., 427 (2) (2015), 1205 - 1233.
- [3] Bartsch, T., Ding, Y., *Solutions of nonlinear Dirac equations*, J. Differential Equations, 226 (2006), 210 - 249.
- [4] Del Pino, M., Felmer, P. *Local mountain pass for semilinear elliptic problems in unbounded domains*, Calc. Var. Partial Differential Equations, 4 (1996), 121 - 137.
- [5] Ding, Y., *Variational methods for strongly indefinite problems*, Reviews in Mathematical Physics, 24 (10), (2012).
- [6] Ding, Y., Liu, X., *On semiclassical ground states of a nonlinear Dirac equation*, Interdisciplinary mathematical sciences, Vol - 7, World Scientific, (2007).
- [7] Ding, Y., Liu, X., *Semi-classical limits of ground states of a nonlinear Dirac equation*, J. Differential Equations, 252, (2012), 4962 - 4987.
- [8] Ding, Y., Ruf, B., *Solutions of a nonlinear Dirac equation with external fields*, Arch. Rational Mech. Anal, 190 (2008), 1007 - 1032.
- [9] Ding, Y., Xu, T., *Localized concentration of semi-classical states for nonlinear Dirac equations*, Arch. Rational Mech. Anal, 216 (2015), 415 - 447.
- [10] Esteban, M., Séré, E., *Stationary states of the nonlinear Dirac equation: A variational approach*, Comm. Math. Phys. (1995), 323 - 350.
- [11] F. Merle, *Existence of stationary states for Dirac equations*, J. Differential Equations, 74, (1988), 50-68.
- [12] Nezza, E., Palatucci, G., Valdinoci, E. *Hitchhiker's guide to the fractional Sobolev spaces*, Bull. Sci. Math., 136, (2012), 521 - 573.
- [13] A. Pankov, *On decay of solutions to nonlinear Schrödinger equations*, Proc. Amer. Math. Soc., 136, (2008), 2565-2570.
- [14] Rabinowitz, P. H., *On a class of nonlinear Schrödinger equations*, ZAMP, 43, (1992), 270 - 291.
- [15] Szulkin, A., Weth, T., *The method of Nehari manifold*, Handbook of nonconvex analysis and applications, Int. Press., Somerville, (2010), 597 - 632.
- [16] Willem, M., *Minimax methods*, Handbook of nonconvex analysis and applications, Int. Press., Somerville, (2010), 597 - 632.

- [17] Zhang, J., Tang, X., Zhang W., *Ground state solutions for nonperiodic Dirac equation with superquadratic nonlinearity*, J. Math. Phys., 54 (2013), 101502.
- [18] Zhang, J., Tang, X., Zhang W., *On ground state solutions for superlinear Dirac equation*, Acta Mathematica Scientia, 34B, (2014), 840 - 850.

## Semigroups on time scales and applications to abstract Cauchy problems

Jaqueline Godoy Mesquita (jgmesquita@unb.br)  
Universidade de Brasília

**Abstract.** In this paper, we introduce a definition of  $C_0$ -semigroup on time scales, which unifies the continuous, discrete and the cases in “between”. Also, it extends the classical theory of operator semigroups to the quantum case. We study the relationship between the semigroup and its infinitesimal generator. We apply our theory to study the homogeneous and non homogeneous abstract Cauchy problem in Banach and Fréchet spaces. Finally, we present some examples to illustrate this new concept on a wide class of time scales.

It is a joint work with *Carlos Lizama and Hernán Henríquez*.

## A non-periodic and asymptotically linear indefinite variational problem in $\mathbb{R}^N$

José Carlos de Oliveira Junior (jc.oliveira@uft.edu.br)  
Universidade Federal do Tocantins

**Abstract.** We consider the nonlinear Schrödinger equation

$$-\Delta u + V(x)u = f(u),$$

in  $\mathbb{R}^N$ , where  $V$  changes sign and  $f$  is an asymptotically linear function at infinity, with  $V$  non-periodic in  $x$ . The existence of a solution is established employing spectral theory, a classical linking theorem, interaction between translated solutions of the problem at infinity.

## References

- [1] A. Azzollini and A. Pomponio, On the Schrödinger equation in  $\mathbb{R}^N$  under the effect of a general nonlinear term, *Indiana University Mathematics Journal*, **58** (2009), 1361–1378.
- [2] D.G. Costa and H. Tehrani, Existence and multiplicity results for a class of Schrödinger equations with indefinite nonlinearities, *Adv. Difference Equation*, **8** (2003), 1319–1340.
- [3] L. Jeanjean, K. Tanaka, A positive solution for an asymptotically linear elliptic problem on  $\mathbb{R}^N$  autonomous at infinity, *ESAIM Control Optim. Calc. Var.*, **7** (2002), 597–614.



- [4] L.A. Maia, J.C. Oliveira Junior and R. Ruviano, A non periodic and asymptotically linear indefinite variational problem in  $\mathbb{R}^N$ , *Indiana University Mathematics Journal*, **66**, issue 1 (2017).
- [5] A. A. Pankov, Periodic nonlinear Schrödinger equation with application to photonic crystals, *Milan J. Math.*, **73** (2005), 259–287.
- [6] A. Szulkin and T. Weth, Ground state solutions for some indefinite variational problems, *J. Func. Anal.*, **257** (2009), 3802–3822.

## Longtime behavior of reaction-diffusion equations with infinite-time blow-up

**Juliana Pimentel** (juliana.pimentel@ufabc.edu.br)  
Universidade Federal do ABC

**Abstract.** We account for the longtime behavior of solutions for a class of reaction-diffusion equations. In particular, we address those with global well-posedness but exhibiting blow-up in infinite time. The existence of unbounded trajectories requires the introduction of some objects interpreted as equilibria at infinity, yielding a more complex orbit structure than that appearing on dissipative systems. Under this setting, we still manage to extend known results and obtain a complete decomposition for the related unbounded global attractor.

This is based on joint works with *C. Rocha and A. N. Carvalho*.

## Método da Variedade de Nehari e o Quociente de Rayleigh Não Linear

**Kaye Oliveira da Silva** (kayeoliveira@hotmail.com)  
Universidade Federal de Goiânia

**Resumo.** Apresentaremos o quociente de Rayleigh não linear e os valores extremais para as variedades de Nehari. Os valores extremais são relacionados com a aplicabilidade do método da variedade de Nehari. Estudos em casos onde o método da variedade de Nehari não pode ser aplicado também são considerados.

## Referências

- [1] Y. Il'yasov, On extreme values of Nehari manifold method via nonlinear Rayleigh's quotient, *Topological Methods Nonlinear Analysis*, 6 (2017), 1-31.

## Regularity theory and global existence of small data solutions to semi-linear de Sitter models with power non-linearity

**Marcelo Rempel Ebert** (ebert@ffclrp.usp.br)  
Universidade de São Paulo

**Abstract.** In this talk we discuss the Cauchy problem for semi-linear de Sitter models with power non-linearity. The model of interest is

$$\begin{cases} \phi_{tt} - e^{-2t}\Delta\phi + n\phi_t + m^2\phi = |\phi|^p, & (t, x) \in (0, \infty) \times \mathbb{R}^n, \\ (\phi(0, x), \phi_t(0, x)) = (f(x), g(x)), & x \in \mathbb{R}^n, \end{cases} \quad (1)$$

where  $p > 1$ ,  $n$  is the spatial dimension and  $m^2$  is a non-negative constant. This model describes the de Sitter model for the expansion of the universe. We study the global (in time) existence of small data solutions. In particular, we show the interplay between the power  $p$ , admissible data spaces and admissible spaces of solutions (in weak sense, in sense of energy solutions or in classical sense).

This is a joint work with Prof. *M. Reissig*, *Technical University Bergakademie Freiberg*.

## The Generalized Feynman Integral and Applications

**Márcia Federson** (federson@icmc.usp.br)  
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação  
Universidade de São Paulo, São Carlos

**Abstract.** The objective of this talk is to present some applications of the generalized Feynman integral.

## An approach to spatial spread in thin structures

**Marcone Correa Pereira** (marcone@ime.usp.br)  
Universidade de São Paulo

**Abstract.** In this talk we discuss an approach to considerer spatial spread in N-dimensional thin structures. We introduce equations with nonlocal diffusion and defined in tight domains contrasting it with its corresponding local diffusion equation with Neumann and Dirichlet boundary conditions. Here the thin structure effect is modeled by an  $\epsilon$ -parameter family of open sets which squeezes to a lower dimension open set as  $\epsilon \rightarrow 0$ . The asymptotic behavior of the solutions is analyzed and the results are compared with classical situations to elliptic equations in thin domains.

## Quasilinear elliptic systems with convex-concave singular terms $\Phi$ -Laplacian operator

**Marcos Leandro Mendes Carvalho** (marcos\_leandro\_carvalho@ufg.br)  
Universidade Federal de Goiás

**Abstract.** This work deals with existence of positive solutions for a class of quasilinear elliptic systems involving the  $\Phi$ -Laplacian operator and convex-concave singular terms. Our approach is

based on the generalized Galerkin Method along with perturbation techniques and comparison arguments in the setting of Orlicz-Sobolev spaces.

This talk is based on a work in collaboration with *Carlos Alberto Santos (UnB) and José Valdo Gonçalves (UFG)*.

## References

- [1] Gonçalves, J. V., Carvalho, M. L. M., Santos, C. A. P., *Quasilinear elliptic systems with convex-concave singular terms  $\Phi$ -Laplacian operator*, arxiv.org/pdf/1610.02718v1.pdf.

## Periodicity and Optimal Harvesting in the Beverton–Holt Population Model

**Martin Bohner** (bohner@mst.edu)  
Universidade de Brasília, Missouri S&T

**Abstract.** We consider the Beverton–Holt population model and let both the carrying capacity and the inherent growth rate vary periodically. Versions of two so-called Cushing–Henson conjectures are presented. Dynamic analogues of the Beverton–Holt equation are considered, on arbitrary periodic time scales and also on the quantum time scale. Optimal harvesting policies are presented for the discrete and the quantum case.

## References

- [1] M. Bohner and S. Streipert. The Beverton–Holt equation with periodic growth rate. *Int. J. Math. Comput.*, 26(4):1–10, 2015.
- [2] M. Bohner and S. Streipert. The Beverton–Holt  $q$ -difference equation with periodic growth rate. In *Difference equations, discrete dynamical systems, and applications*, volume 150 of *Springer Proc. Math. Stat.*, pages 3–14, Cham, 2015. Springer. Proceedings of the Twentieth International Conference on Difference Equations and Applications, Wuhan, China, 21–25 July 2014.
- [3] M. Bohner and S. Streipert. The second Cushing–Henson conjecture for the Beverton–Holt  $q$ -difference equation. *Opuscula Math.*, 2017. To appear.
- [4] M. Bohner and S. Streipert. Optimal harvesting policy for the Beverton–Holt model. *Math. Biosci. Eng.*, 13(4):673–695, 2016.
- [5] M. Bohner and S. Streipert. Optimal harvesting policy for the quantum Beverton–Holt model. *Math. Morav.*, 20(2):39–57, 2016.

## Solutions for a Schrödinger problem on orlicz sobolev space with assintoptically linear conditions at infinity

**Maxwell Lizete** (maxwelllizete@hotmail.com)  
Universidade Federal de Goiás

**Abstract.** We deal with schrodinger problem  $Lu = h(x, u)$  where the h function is “like” s at origin and  $s^3$  at infinity.

## Sobre uma classe de problemas elípticos não isotropicos

**Olimpio Miyagaki** (ohmiyagaki@gmail.com)  
Universidade Federal de Juiz de Fora

**Resumo.** Discute-se uma classe de problemas elípticos não isotropicos em  $\mathbb{R}^n$ , quanto a existência, não existência, fenomenos de concentrações e regularidade e decaimento das soluções. Discute-se a dificuldade em lidar com esses problemas, e possíveis contornos para resolvê-los. O conteúdo da palestra serão extraídos dos artigos em conjunto com C.O.Alves.

## Sobre equações diferenciais neutras em medida com retardo infinito

**Patrícia Hilário Tacuri** (ptacuri@fct.unesp.br)  
Universidade Estadual Paulista

**Resumo.** Neste trabalho introduziremos um certo sistema de condições para obter um adequado espaço de face para as equações diferenciais funcionais neutras em medida com retardo infinito. Em seguida, mostraremos resultados de existência e unicidade das soluções, assim como dependência das soluções em relação aos parâmetros, uma vez que obtém-se a correspondência das soluções das equações em questão com soluções de uma classe de EDO generalizadas.

## Elliptic Systems under superlinear assumption just in some part of the domain

**Pedro Ubilla** (pedro.ubilla@usach.cl)  
Universidad de Santiago de Chile

**Abstract.** Using a priori bound techniques we study existence of positive solutions of the elliptic system:

$$\begin{cases} -\operatorname{div}(|x|^{\alpha_1}\nabla u) = |x|^{\beta_1}f(|x|, u, v) & x \in B, \\ -\operatorname{div}(|x|^{\alpha_2}\nabla v) = |x|^{\beta_2}g(|x|, u, v) & x \in B, \\ u(x) = 0 = v(x), & x \in \partial B. \end{cases}$$

where  $B$  is the unitary ball centered at the origin. Assuming that  $f, g$  are nonnegative nonlinearities and that  $f(|x|, u, v) + g(|x|, u, v)$  is superlinear at 0 and at  $\infty$  we establish some results of existence of one positive solution. As an application we establish two positive solutions for some non-homogeneous elliptic system. The main novelties here are that the nonlinearities could have growth from above the critical hyperbole on some part of the domain as well as the local superlinear hypotheses at  $\infty$ .

The study of existence of solutions of the non-linear elliptic systems has been of great interest in recent years. For this type of result see, among others, [1, 3, 4, 6, 7, 8] and the survey papers [5, 2].

This is joint work with *M.A. Souto(UFCG) and P. Cerda(USACH)*.

## References

- [1] L. Boccardo and D.G. de Figueiredo. Some remarks on a system of quasilinear elliptic equations. NoDEA Nonlinear Differential Equations Appl., 9(3) (2002), 309-323.
- [2] D. Bonheure, E. Moreira dos Santos and H. Tavares, *Hamiltonian elliptic systems: a guide to variational frameworks*. Port. Math. **71** (2014), no. 3-4, 301–395.
- [3] Ph. Clément, D.G. de Figueiredo and E. Mitidieri. Positive solutions of semilinear elliptic systems. Comm. Partial Differential Equations, 17 (1992), 923-940.
- [4] D.G. de Figueiredo. Positive solutions of semilinear elliptic equations. Springer Lecture Notes in Mathematics 957 (1982), 34-87.
- [5] D.G. de Figueiredo. Semilinear elliptic systems: a survey of superlinear problems. Resenhas, 2(4) (1996), 373-391.
- [6] D.G. de Figueiredo and P.L. Felmer. On superquadratic elliptic systems. Trans. Amer. Math. Soc., 343 (1994), 99-116.
- [7] D.G. de Figueiredo and C.A. Magalhaes. On nonquadratic hamiltonian elliptic systems. Advances Differential Equations, 1(5) (1996), 881-898.
- [8] P. Felmer, R.F. Manásevich and F. de Thélin. Existence and uniqueness of positive solutions for certain quasilinear elliptic systems. Comm. Partial Differential Equations, 17 (1992), 2013-2029.

## On General Properties of $N$ -th order Retarded Functional Differential Equations

**Pierluigi Benevieri** (pluigi@ime.usp.br)  
Instituto de Matemática e Estatística  
Universidade de São Paulo

**Abstract.** Consider the second order RFDE (retarded functional differential equation)  $x''(t) = f(t, x_t)$ , where  $f$  is a continuous real-valued function defined on the Banach space  $\mathbb{R} \times C^1([-r, 0], \mathbb{R})$ . The weak assumption of continuity on  $f$  (due to the strong topology of  $C^1([-r, 0], \mathbb{R})$ ) makes not convenient to transform this equation into a first order RFDE of the type  $z'(t) = g(t, z_t)$ . In fact, in this case, the associated  $\mathbb{R}^2$ -valued function  $g$  could be discontinuous (with the  $C^0$ -topology) and, in addition, not necessarily defined on the whole space  $\mathbb{R} \times C([-r, 0], \mathbb{R}^2)$ . Consequently, in spite of what happens for ODEs, the classical results regarding existence, uniqueness, and continuous dependence on data for first order RFDEs could not apply.

Motivated by this obstruction, we provide results regarding general properties, such as existence, uniqueness, continuous dependence on data and continuation of solutions of RFDEs of

the type  $x^{(n)}(t) = f(t, x_t)$ , where  $f$  is an  $\mathbb{R}^k$ -valued continuous function on the Banach space  $\mathbb{R} \times C^{(n-1)}([-r, 0], \mathbb{R}^k)$ . Actually, for the sake of generality, our investigation will be carried out in the case of infinite delay.

## Existence and nonexistence of solutions of an asymptotically linear Klein-Gordon equation

**Raquel Lehrer** (rlehrer@gmail.com)  
Universidade Estadual do Oeste do Paraná

**Abstract.** In this talk we will present a study of a nonlinear Klein-Gordon equation when the nonlinear term is asymptotic linear at infinity. We used the Pohozaev manifold to separate a subspace of  $H^1(\mathbb{R}^n)$  on a global existence region and a blow up region.

## References

- [1] Carrião, P. C., Lehrer, R., Vicente, A., *Existence and nonexistence of solutions of asymptotically linear Klein-Gordon equation*, Electronic Journal of Differential Equations, 2016.

## The p-laplacian operator on thin domains: Neumann x Dirichlet boundary conditions

**Ricardo Parreira da Silva** (rpsilva@unb.br)  
Universidade de Brasília

**Abstract.** The limiting behavior of solutions of a quasilinear elliptic equation on thin domains is investigated. The boundary conditions play an important role: If one considers homogeneous Dirichlet boundary conditions the sequence of solutions will converges to the null function, whereas, if one considers Neumann boundary conditions there is a non trivial equation which determines the limiting behavior.

## References

- [1] R.P. Silva, A note on resolvent convergence on a thin domain, Bulletin of the Australian Mathematical Society, 89, (01), 141–148, (2014).
- [2] M.C. Pereira, R.P. Silva, Remarks on the p-laplacian on thin domains, Contributions to Nonlinear Elliptic Equations and Systems - A Tribute to Djairo Guedes de Figueiredo on the occasion of his 80<sup>th</sup> birthday, Progress in Nonlinear Differential Equations and their Applications, v.86, Birkhauser-Springer, 389-403, (2015).
- [3] R.P. Silva, Global attractors for parabolic equations governed by the p-laplacian on unbounded thin domains, Monatshefte fur Mathematik, v. 180, (3), 649-660, (2016).

## Pseudodifferential operators, Rellich-Kondrachov theorem and Sobolev-Hardy spaces

**Tiago H. Picon** (picon@ffclrp.usp.br)  
Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto  
Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto

**Abstract.** In this talk, we present a version of the Rellich-Kondrachov theorem for pseudodifferential operators acting on localizable Hardy spaces  $h^p(\mathbb{R}^N)$ . Part of the techniques includes boundedness properties for pseudodifferential operators with symbols in the Hörmander class  $S_{\rho,\delta}^m(\mathbb{R}^N)$  on  $h^p(\mathbb{R}^N)$ , extending results previously obtained by Goldberg, Álvarez and Hounie, Taylor – among others. As application, we obtain compact embedding results for distributions in the nonhomogeneous localizable Sobolev-Hardy spaces  $h_c^{\alpha,p}(B)$ .

This is joint work with *Gustavo Hoepfner (UFSCar)* and *Rafael Kapp (UFSCar)*.

# Educação Matemática

## Uma experiência de uso da plataforma khan academy na educação de jovens e adultos.

**Ana Gabriella de Oliveira Sardinha** (anagabrielladeoliveira@gmail.com)  
Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal

**Resumo.** Ser educador requer a habilidade de conseguir diagnosticar cotidianamente a realidade dos estudantes, de planejar o ensino de forma que facilite a aprendizagem e de modo que favoreça a emancipação e a transformação dos sujeitos envolvidos no processo. A rotina de ensinar matemática para uma turma de 5º ano do ensino fundamental não é nada fácil, e em se tratando da realidade dos estudantes da Educação de Jovens e Adultos (EJA), este processo se torna ainda mais difícil. O aluno do 5º ano da EJA é proveniente de processo de marginalização escolar. Desse grupo, os mais experientes, tiveram que abandonar os estudos para sustentar a família. Os mais jovens mantiveram-se na escola, porém foram reprimidos pelo sistema. Primeiro com as reprovações, depois com a mudança de turno. Hora aquele aluno estava no matutino, depois no vespertino e quando completado quinze anos são atirados na EJA, como sendo “refugo” do período diurno. Iniciando-se o semestre, geralmente são quarenta e cinco estudantes em uma turma. A maioria já tiveram suas más experiências com algum professor de matemática e, por isso, inconscientemente “detestam” essa disciplina. E, ao final do primeiro mês, restam sete. O que fazer para manter a turma unida até o fim? A ideia foi usar a plataforma Khan Academy.

**Palavras-chave:** Educador Matemático. EJA, Khan Academy.

## Referências

- [1] LIMA, FRANCISCO JOSÉ DE. Docência em matemática e formação em serviço: um estudo sobre a epistemologia da prática em torno do conceito de professor reflexivo. 2013. 150f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Fortaleza, 2013.
- [2] MARIA DA CONCEIÇÃO, F. R. Educação Matemática de Jovens e Adultos- Especificidades, desafios e contribuições. Autêntica, 2016.
- [3] KHAN, SALMAN. Um mundo, uma escola. Editora Intrínseca, 2013.
- [4] MENEGAIS, DENICE APARECIDA FONTANA NISXOTA. A formação continuada de professores de matemática: uma inserção tecnológica da plataforma khan academy na prática docente. 2015. 201f. Tese (Doutorado)- Centro de Estudos Interdisciplinares em Novas Tecnologias da Educação. Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, 2015.



## Xadrez um estudo sobre matrizes

**Bruna Alves Costa** (e-mail não informado)

Universidade de Brasília

**Andreia Júlio de Oliveira Rocha** (andreiajuliomatema@gmail.com)

Universidade de Brasília

**Resumo.** A presente pesquisa apresenta um estudo sobre o processo de ensino aprendizagem de Matrizes, respondendo a seguinte indagação: Quais as possibilidades didáticas da utilização do jogo de xadrez no ensino-aprendizagem de matrizes numa turma de 1º ano do ensino Médio de uma escola pública de Ceilândia? Para que tal objetivo fosse alcançado, foi realizada uma pesquisa bibliográfica baseada em referencial teórico pertinente ao tema, tendo como objetivo recolher informações ou conhecimentos prévios sobre o problema. Assim como, também foi aplicado um questionário para docentes de uma escola de ensino médio da cidade satélite de Ceilândia- DF. Concluiu-se, com a pesquisa, que a possibilidade didática do xadrez o torna um ótimo motivador educacional, possibilitando a melhora na assimilação e análise de conteúdos adquiridos em sala. O jogo de xadrez estimula o desenvolvimento de habilidades cerebrais importantes, como: concentração, atenção, julgamento, planejamento, paciência, antecipação, memória, análise, imaginação, criatividade, organização e principalmente raciocínio lógico e estratégico. Conclui-se, também, que a metodologia apresentada na pesquisa pode ser aplicada em todas as séries escolares, pois vários países utilizam essa metodologia em sala de aula com o objetivo de melhorar o desempenho dos alunos. Essa metodologia torna o aprendizado mais atrativo e receptivo pelos discentes, derrubando várias barreiras entre eles e a matemática.

**Palavras-chave:** Jogos. Ensino Médio. Matrizes. Xadrez.

## Referências

- [1] OLIVEIRA, M.K. *Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento: um processo sócio histórico*. São Paulo: Scipione, 2003.
- [2] PIAGET, JEAN. *A formação do símbolo na criança: imitação, jogo e sonho, imagem e representação*. [tradução Álvaro Cabral, 1975]. 2ª ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1975. In; PAIM, Liege Marciel Ramos. Contribuição do jogo de xadrez na aprendizagem de matemática nas séries iniciais. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre 2010.
- [3] REZENDE, SYLVIO. *Xadrez pré-escolar: uma abordagem pedagógica*. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda, 2005.
- [4] VALLE, ADRIANO. *Cartilha da Semana Nacional de Ciência e tecnologia 2015*. 1.ed. Brasília, DF. 2015.
- [5] VYGOTSKY, L. *A formação social da mente*. São Paulo: Martins Fontes, 1989.

## Geometria espacial com o geogebra 3D

**Bruno Marx de Aquino Braga** (1957380@etfbsb.edu.br)  
Instituto Federal de Brasília

**Resumo.** A oficina tem como proposta explorar e integrar o Geogebra 3D como ferramenta interativa, dotando os participantes de elementos que possam contribuir para uma melhoria e diversificação das suas práticas docentes, particularmente na área das novas tecnologias, para que seja possível proporcionar aos alunos condições para o desenvolvimento da sua competência matemática. Durante o período de realização da oficina serão trabalhadas duas construções geométricas:

- Modelagem do preenchimento de uma pirâmide;
- Cálculo do volume da pirâmide.

Na execução de tais construções, as principais ferramentas do software serão utilizadas, assim o participante obterá uma visão ampla do geogebra 3D.

## Referências

- [1] LIMA, ELON LAGES. Medida e forma em geometria, 4 ed, Rio de Janeiro, SBM, 2006.
- [2] NÓBRIGA, JORGE C.C E ARAÚJO, LUIS C. L. Aprendendo matemática com o Geogebra, 1 ed, São Paulo, Editora Exato, 2010.
- [3] ABAR, CELINA A.A.P. Geogebra na produção do conhecimento matemático, 1 ed, São Paulo, Editora Iglu, 2010.
- [4] BORSOI, CAROLINE. Geogebra 3 D no ensino médio: uma possibilidade para a aprendizagem da geometria espacial, mestrado profissional, UFRS, 2016.
- [5] ARANHA, ÁLVARO Z. E RODRIGUES, MANOEL B. Aranha, Álvaro Z. e Rodrigues, Manoel B. Geometria Espacial volume 1 caderno de atividades, 3 ed, São Paulo, Editora Policarpo, 2010.

## Narrativas (auto)biográficas na formação de professores: aprender e ensinar matemática nos anos iniciais

**Cármem Lúcia Brancaglion Passos** (carmenpassos@gmail.com)  
Universidade Federal de São Carlos

**Resumo.** Pretende-se debater e apresentar reflexões a respeito da formação matemática de professores que ensinam matemática nos anos iniciais. A partir de uma breve retrospectiva a respeito da formação de professores que atuam nos anos iniciais no Brasil, serão delineadas algumas considerações sobre possibilidades e dificuldades de formação nos cursos de Pedagogia. Segundo Gatti (2010), os docentes ocupam, no Brasil, o 3º subconjunto de ocupações, constituem a categoria mais homogênea e de maior nível de escolaridade do país (nível médio e superior) e, ainda, 83% dos empregos no magistério estão na esfera pública e 77% dos postos de trabalho são ocupados por mulheres. Por outro lado, temos vivido tempos de aversão à carreira docente. Os variados aspectos e problemas ligados à docência na educação básica e à formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais têm sido estudados, com perspectivas e metodologias diferenciadas. As contribuições desses estudos são inegáveis e têm guiado a formação inicial e continuada de professores. Focalizaremos a importância da tomada de consciência sobre o que a matemática representou na escolarização de

futuros professores a partir de escritas narrativas, o ensino de matemática através da resolução de problemas e de investigações matemáticas e a análise de casos de ensino como importantes elementos na formação matemática de professores dos anos iniciais.

## Referências

- [1] GATTI, B. A. *Formação de professores no Brasil: características e problemas. In: Educação & Sociedade*. Campinas, v. 31, n. 113, p. 1355-1379, 2010.
- [2] NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. S.; PASSOS, C. L. B. *A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender*. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.
- [3] NACARATO, A. M. *Narrativas (auto)biográficas: artes de conhecer como professores de matemática se constituem profissionalmente*. In: SILVA, V. L. G.; CUNHA, J. L. (Org.). *Práticas de formação, memória e pesquisa (auto)biográfica*. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2010. p. 131-148.
- [4] PASSOS, C. L. B. *Narrativas de licenciados de matemática participantes em grupo de estudos*. In: SILVA, V. L. G.; CUNHA, J. L. (Org.). *Práticas de formação, memória e pesquisa (auto)biográfica*. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2010. p. 149-166.

## A Matemática moderna no decênio de 1960 em Brasília-DF

**Carmyra Oliveira Batista** (carmyra.batista@gmail.com)  
Grupo COMPASSODF  
Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal

**Mônica Menezes de Souza** (profmonicams@yahoo.com.br)  
Grupo COMPASSODF  
Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal

**Edilene Simões Costa dos Santos** (edilenesc@gmail.com)  
Grupo COMPASSODF  
Universidade Federal do Mato Grosso do Sul

**Rosália Policarpo Fagundes de Carvalho** (rosaliapolicarpo@yahoo.com.br)  
Grupo COMPASSODF  
Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal  
Universidade de Integração da Amazônia

**Resumo.** Trata-se de pesquisa referente a uma história da matemática moderna na educação média no Distrito Federal-DF. A investigação fundamenta-se em conceitos como apropriação, representação (CHARTIER, 2002), memória (LE GOFF, 2003) e cultura escolar (JULIÁ, 2001) entre outros. Utiliza-se para recolhimento de informações tanto fontes orais como documentos. Tem-se como principais achados: como no resto do país, poucos professores de matemática tinham formação específica,

alguns eram engenheiros e arquitetos; a instituição do MMM no DF teve início somente em 1964 apesar do congresso realizado em Belém do Pará, no qual foi divulgada a ideia do MMM; não há indícios de participação do DF em tal congresso, no entanto, Osvaldo Sangiorgi veio a Brasília fazer propaganda dos seus livros; o grupo de professores que trabalhava na educação média estudou e aplicou livros desse autor de forma que o programa curricular passou a ser o próprio livro. Os professores pioneiros no início da capital, ao que tudo indica, adotaram a MM mais pelo sentimento de inovação do que pelo debate e aceitação de seus fundamentos e propósitos. Portanto, o espírito de renovação que impregnava os professores pioneiros fez com que eles abraçassem a MM como um modelo ideal de ensino.

**Palavras-chave:** Matemática Moderna-MM. Educação média. História da educação matemática.

## Referências

- [1] CHARTIER, ROGER. *A História Cultural: entre práticas e representações*. 2. ed. Tradução de Maria Manuela Galhardo. Portugal: DIFEL Difusão Editorial S.A, (2002).
- [2] JULIA, DOMINIQUE. *A cultura escolar como objeto histórico*. Revista Brasileira de História da Educação, Campinas, n. 1, p. 9-44, (2001).
- [3] LE GOFF, JACQUES. *História e memória*. 5. ed. Tradução Bernardo Leitão et al. Campinas: Editora da Unicamp, (2003).

## Planejamento de tarefas: caminhos para aprender e ensinar matemática

**Cília Cardoso Rodrigues da Silva** (ciliasilva@campus.ul.pt )  
Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, Portugal

**Lurdes Serrazina** (e-mail não informado)  
Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, Portugal

**Resumo.** A intenção é discutir sobre a importância de planejar tarefas para o aprender e ensinar matemática com compreensão e significado nos anos iniciais. Esta discussão faz parte do estudo de doutoramento realizado no Instituto de Educação, Universidade de Lisboa. O tema é a flexibilidade de cálculo mental nas operações de multiplicação e divisão. Para compreender a evolução da flexibilidade de cálculo mental em turmas de 4º ano, em duas escolas públicas do Distrito Federal, foi necessário planejar e aplicar tarefas que envolvessem as operações de multiplicação e divisão, considerando seus significados e conceitos. A ação de planejar consistiu nos processos de elaborar, validar, selecionar e aplicar as tarefas de acordo com os seguintes aspectos: (i) tema/conteúdo; (ii) natureza da tarefa; (iii) objetivos de aprendizagem; (iv) conhecimentos anteriores necessários; (v) possíveis estratégias dos alunos; (vi) possíveis representações dos alunos; (vii) possíveis dificuldades dos alunos na resolução da tarefa; (viii) possibilidades de raciocínio (generalizações e/ou justificações); (ix) organização da sala; (x) recursos; (xi) duração prevista e, (xii) sugestão para exploração da tarefa. Apresento o planejamento de duas tarefas com as estratégias e procedimentos utilizados pelos alunos ao resolvê-las.

**Palavras-chave:** Tarefa. Multiplicação. Divisão. Planejamento.

## Referências

- [1] BUYS, K. *Mental arithmetic*. In M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Children learn mathematics* (pp. 121-146). Rotterdam: Sense Publishers,(2001).
- [2] PONTE, J. P. *El saber y entender de la profesión docente*. *Estúdios Públicos*, n. 99, 2005, Santiago-Chile, 2005. p. 195-224.(2005).
- [3] PONTE, J. P., QUARESMA, M., & BRANCO, N. *Tarefas de exploração e investigação na aula de Matemática*. *Educação Matemática em Foco*, (2012).
- [4] PONTE, J. P. *Tarefas. Texto de apoio elaborado no âmbito da disciplina de FDM - Fundamentos de Didática da Matemática*. (28 setembro 2013). Obtido em 20 e janeiro de 2014 em <http://www.ie.ul.pt>.
- [5] THRELFALL, J. *Strategies and flexibility in mental calculation*. *ZDM Mathematics Education*, (2009).

## Cálculo no Ensino Médio: uma proposta fundamentada

Daniel Perdigão (perdigao@unb.br)  
Universidade de Brasília

Raimundo de Araújo Bastos Júnior (e-mail não informado)  
Universidade de Brasília

**Resumo.** Disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral apresentam baixas médias de rendimento acadêmico no mundo todo, segundo Pyzdrowski e colaboradores (2013). Raros são os professores que vão além de aulas teóricas baseadas em demonstrações e cobranças de aplicação das regras de derivação e integração em listas de exercícios e avaliações, conforme constata Rezende (2003). O problema se espalha pelo ensino Médio: baixo rendimento em matemática e reduzida contextualização e interdisciplinaridade dos conteúdos. Nosso principal objetivo é propor novo projeto interdisciplinar que relacione conteúdos do Ensino Secundário, tendo como eixo de convergência noções de Cálculo. A interdisciplinaridade, nesse contexto, é uma de muitas formas possíveis de fazer com que os alunos dominem os saberes matemáticos. Entretanto, em Educação, a palavra interdisciplinaridade admite diversas interpretações. Entre os pontos comuns das interpretações, está a visão de complexidade do mundo, que só pode ser enfrentada por aqueles que tenham visão interdisciplinar. Em linha com os parâmetros curriculares nacionais em vigor, buscaremos contemplar no estudo de noções de Cálculo um sentido prático para o aluno, limitando-nos a conteúdos já presentes no ensino Médio. O desafio é grande, já que o Cálculo é potencialmente propedêutico, por estar diretamente associado a conteúdos típicos da Educação Superior.

**Palavras-chave:** Educação matemática. Ensino médio. Cálculo Diferencial e Integral.

## Referências

- [1] PYZDROWSKI, LAURA J.; SUN, YE; CURTIS, REAGAN; MILLER, DAVID; WINN, GARY; HENSEL, ROBIN A.M. Readiness and attitudes as indicators for success in college Calculus. *International Journal of Science and Mathematics Education*, n.11, p.529-554, 2013.
- [2] REZENDE, WANDERLEY MOURA. O ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica. 2003. 449 f. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

## Reflexões sobre a aquisição do letramento estatístico: uma experiência no ensino médio.

Diogo Getulio Freire (profdiogo@ymail.com)  
Universidade Federal de Goiás

**Resumo.** Este trabalho tem o objetivo de investigar e descrever certos cenários de letramento fomentados por determinadas práticas de ensino e aprendizagem de estatística na educação básica. Nosso trabalho pretendeu assumir um caráter investigativo que possibilitasse a descrição da dinâmica que se ocorre no fenômeno da aquisição de conceitos e procedimentos, no tratamento de dados e informação por parte dos alunos. Propomos ainda uma perspectiva de trabalho que tivesse por escopo a descrição da prática docente submerso nesse processo de mediação. Nossa filiação teórica é fundamentada nos moldes de uma investigação etnográfica que possa servir de suporte à reflexão sobre a prática docente, além de contemplar aspectos atrelados aos mecanismos de aquisição de literacia estatística por parte dos alunos. Esperamos contribuir com o fomento de uma narrativa que possibilite um olhar novo sobre o ecossistema escolar e os saberes e fazeres que permeiam esse ambiente. Incorporamos, em nosso trabalho, conceitos oriundos de algumas recentes reflexões sobre letramento e letramento estatístico.

**Palavras-chave:** Cenários de aprendizagem. Etnografia. Letramento estatístico.

## Referências

- [1] ANDRÉ, M. *Etnografia da prática escolar*. São Paulo: Papirus, 2005.
- [2] GAL, I. *Adult statistical literacy: meanings, components, responsibilities*. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25 (2002).
- [3] OTTE, MICHAEL. *O formal, o social e o subjetivo: uma introdução à filosofia e à Didática da Matemática*. São Paulo: Editora Unesp, 1993.
- [4] SOARES, MAGDA. *Letramento: um tema em três gêneros*. Belo Horizonte: Autêntica Editora, (2001).
- [5] STREET, B. *Dimensões “escondidas” na escrita de artigos acadêmicos*. *Revista Perspectiva*, Florianópolis, v. 28, n. 2, 541-567, jul./dez. (2010b).

## Como usar a contradição na resolução de problemas

**Douglas Oliveira de Lima** (profdouglaso.delima@gmail.com)

Universidade de Brasília

**Vinícius de Carvalho Rispoli** (e-mail não informado)

Universidade de Brasília

**Resumo.** É muito comum em matemática usarmos técnicas e métodos para resolver problemas, seja na hora de provar um teorema ou calcular um resultado. Normalmente ensinamos aos nossos alunos como calcular um determinante ou uma área de uma figura, ou multiplicar matrizes através de fórmulas previamente estabelecidas para isso, mas existe um outro lado da matemática que é mais teórico do que mecânico. Aqui o objetivo principal é entender a estrutura da matemática, para provar declarações matemáticas e até para inventar ou descobrir novos teoremas e teorias matemáticas. Na matemática, as técnicas e procedimentos utilizados são fundamentados no lado teórico da matemática. Por exemplo, para calcular a área sob uma curva, utiliza-se o teorema fundamental de cálculo. Só encontramos a resposta correta porque este teorema é verdadeiro. No entanto, no cálculo de aprendizagem, provavelmente, a preocupação é muito mais em relação a como esse teorema poderia ser aplicado do que em compreender por que é verdade. Mas como sabemos que é verdade? Como podemos convencer a nós mesmos ou a outros da sua validade? Questões desta natureza pertencem ao domínio teórico da matemática. Existem alguns tipos de provas em matemática. Nesse trabalho vamos nos ater ao uso da prova por contradição, ou *Reductio ad Absurdum*. Este método não se limita a provar apenas declarações condicionais, ele pode ser usado para provar qualquer tipo de declaração. A ideia básica é assumir que a armação que queremos provar é falsa, e então mostrar que esta suposição leva ao absurdo.

**Palavras-chave:** Contradição. Absurdo. *Reductio Ad Absurdum*.

## Referências

- [1] MASLOV, S.YU. (ORIGINATOR) *Reductio ad absurdum*.
- [2] MEDEIROS, M. DA P. N. A prova por redução ao absurdo na lógica clássica.
- [3] LARRY W. Cusick's *How To Write Proofs*

## Os conceitos de isometria no ensino e aprendizagem de matemática.

**Edson Ferreira da Costa Junior** (edsonjrpba@gmail.com)

Universidade Federal de Goiás

**Karly Barbosa Alvarenga** (karlyalvarenga@gmail.com)

Universidade Federal de Goiás

**Resumo.** O principal objetivo desse trabalho é apresentar resultados de uma pesquisa bibliográfica que busca desenvolver, baseados na Teoria de Aprendizagem Significativa de Ausubel (MOREIRA, 2010), uma metodologia de ensino sobre Isometrias. A isometria é utilizada na computação gráfica, para o movimento da imagem e a construção dos padrões com beleza geométrica. Denominamos estes movimentos como: Isometria de Reflexão Axial, de Translação, de Rotação e de Reflexão com deslizamento. Quando realizamos movimentos que preservam a forma, as suas características, ângulos, tamanho e comprimentos de lados, denominamos como Transformações Isométricas. A ideia que norteia a investigação é a possibilidade de ensino e aprendizagem dessas transformações de forma lúdica e significativa, fazendo uso dos conhecimentos prévios, subsunçores, para captar a dinamicidade, sentido e linguagem dos materiais, de maneira a reorganizar o conhecimento gerando novas aprendizagens. Fundamentamo-nos na ludicidade para registrar, utilizando linguagem matemática, modelando, reorganizando e sistematizando o tema através da manipulação do material. Para o embasamento matemático do estudo de isometria, focamos em Farmer (1999) e Barbosa (1993). Depois da análise bibliográfica, criamos o nosso próprio material didático e elaboramos oficinas abordando estes conceitos de movimentos isométricos desde o ensino fundamental até o ensino superior, de uma forma mais simples até mais complexa. Criamos situações onde os alunos realizam e registram movimentos já propostos ou identificam alguns pré-determinados. O próximo passo é a elaboração de atividades dinâmicas no GeoGebra.

**Palavras-chave:** Isometrias. Ensino. Matemática.

## Referências

- [1] BARBOSA, R. M. Descobrimo Padrões em Mosaicos. São Paulo: Atual Editora, 1993.
- [2] FARMER, D. W. Grupos e Simetria: Um guia para descobrir a matemática. Tradução de Cristina Isabel Januário. 1. Ed. Lisboa: Gradiva, 1999. 139 p. Tradução de: Groups and Symmetry: A Guide to Discovering Mathematics. ISBN 972-662-661-7.
- [3] MOREIRA, M. A. *Aprendizagem significativa crítica*. Porto Alegre, RS: UFRGS, (2010).

## Vivenciando os efeitos da resolução colaborativa de problemas em uma turma da EJA.

**Edson Ferreira da Costa Junior** (edsonjrpb@gmail.com)  
Universidade Federal de Goiás

**Raul Rodrigues de Oliveira** (raulrodriguesdeoliveira@gmail.com)  
Universidade Federal de Goiás

**Elisabeth Cristina de Faria** (elisabeth.c.faria@gmail.com)  
Universidade Federal de Goiás

**Resumo.** O principal objetivo deste trabalho é apresentar as atividades desenvolvidas durante o Estágio III e IV em uma turma de EJA, compondo período de observação e intervenção, juntamente com a aplicação da metodologia, coleta e análise de dados. Durante as observações, notamos a apatia



de alguns alunos em relação às aulas de matemática, nos levando a utilizar a resolução de problemas em primeiro momento, não sendo suficiente, desenvolvemos e investigamos o trabalho colaborativo, aderindo à pergunta investigativa: que resultados obteremos com o trabalho colaborativo para o aprendizado do aluno da EJA? Nosso principal objetivo é analisar os efeitos do trabalho colaborativo na turma. Como referenciais teóricos, nos baseamos em Ambrosetti (2006), Fonseca (2007) e Martins (2013) para compreender as características dos alunos da EJA; Polya (1995) e Torres e Irala (2007) para o trabalho com a resolução de problemas; e Damiani (2008), Tartagiba e Filártiga (2002) para as componentes do trabalho colaborativo. Utilizamos da metodologia de pesquisa-ação com uma abordagem qualitativa, com foco na autonomia, aprendizagem e colaboração dos alunos. Para a coleta de dados, os cadernos de campo, os indicadores avaliativos e a ficha de cada uma das atividades trabalhadas. Como resultados, observamos o desenvolvimento da autonomia e uma postura mais ativa nos alunos.

**Palavras-chave:** EJA. Matemática. Ensino. Trabalho colaborativo.

## Referências

- [1] DAMIANI, M. F. *Entendendo o trabalho colaborativo em educação e revelando seus benefícios*. Revista Educar, Curitiba, n.31, p.213-230, 2008.
- [2] MARTINS, R. M. K. *Pedagogia e andragogia na construção da educação de jovens e adultos*. Revista Ed. Popular, Uberlândia, v.12, n.1, p.143-153, 2013.
- [3] AMBROSETTI, N. B. *O “eu” e o “nós”: Trabalhando com a diversidade em sala de aula*. In: ANDRÉ M. (Org.). *Pedagogia das diferenças em sala de aula*. Campinas, SP: Papirus, 1999.
- [4] OLIVEIRA, R. N. M. *Formação de professores da EJA na contemporaneidade: exigências, desafios e proposições*. In: ENCONTRO NACIONAL D DIDÁTICA E PRÁTICAS DE ENSINO da UNICAMP, 16., 2012, Campinas. Anais eletrônicos? Campinas: UNICAMP, 2012. Disponível em: [http://www.infoteca.inf.br/endipe/smarty/templates/arquivos\\_template/upload\\_arquivos/acervo/docs/3323b.pdf](http://www.infoteca.inf.br/endipe/smarty/templates/arquivos_template/upload_arquivos/acervo/docs/3323b.pdf). Acesso em: 04 janeiro 2017.
- [5] POLYA, G. *A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático*. 2 ed. - Rio de Janeiro: Interciências, 1995.
- [6] FONSECA, M. C. F. R. *Educação matemática de jovens e adultos*. 2 ed. - Belo Horizonte: Autêntica, 2007.
- [7] TORRES, P. L.; IRALA E.A.F. *Aprendizagem Colaborativa*. In: TORRES, P. L. (Org.). *Algumas Vias para Entretecer o Pensar e o Agir*. Curitiba: SENAR-PR p.196, 2007.
- [8] TARTAGIBA, M. C.; FILÁRTIGA V. *Vivendo e aprendendo com grupos: uma metodologia construtivista de dinâmica de grupo*. 2 ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2002.

**Uma proposta para a formação dos professores de matemática: uso da coletânea LABGG (laboratório no Geogebra) nas escolas e universidades**

**Eimard Gomes Antunes do Nascimento** (prof.eimard@gmail.com)

Universidade de Aveiro – Portugal

Investigador Capes - Brasil

IG Fortaleza - Brasil

**Resumo.** Na era da globalização, observam-se mudanças tecnológicas devido ao seu rápido avanço e, como consequência, cada vez mais cedo, as crianças estão em contato com as tecnologias, fazendo com que os profissionais da educação busquem se posicionar mais rapidamente a respeito de seu uso (VALENTE, 1999; FREIRE, 2005; NASCIMENTO, 2013). O uso de computadores e outros recursos tecnológicos (como computadores, celulares, Smartphone, tablets, projetores) nas escolas e universidades têm se mostrado muito importante no auxílio educacional, sendo utilizados como recursos didáticos e tornando-se, cada vez mais, presentes no ambiente educacional. Papert (Matemático) defende a pedagogia experimental, na qual, o aluno deva vivenciar cada conteúdo que aprende (FREIRE; PAPERT, 1995). O uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) no contexto escolar e acadêmico necessita ser fortalecido, uma vez que existe uma considerável distância entre os avanços tecnológicos na produção de softwares educacionais e a aceitação, compreensão e utilização desses mesmos recursos pelos professores. Neste sentido, foi criada, em 2012, a Coletânea LABGG (Laboratório no GeoGebra) com a finalidade de servir como ferramenta pedagógica e tecnológica de apoio para os professores utilizarem em sala de aula, sob uma abordagem construtivista no processo de possibilidades de estudo e aprendizagem da Matemática e disciplinas afins (NASCIMENTO, 2012). A Coletânea foi organizada numa forma estrutural de módulos, em sua forma teórica, que foram transformados em Cursos-Oficinas (C-O) em sua forma prática. Atualmente, esta coletânea é trabalhada com o apoio metodológico da sequência de ensino chamado de EDT (Ensino Dinâmico com Tecnologia, em desenvolvimento no Doutorado) para orientar os professores sobre como utilizar a Coletânea LABGG para uma utilização do software GeoGebra de forma dinâmica e interativa. Sua operacionalização se efetiva através de módulos de Ensino-Aprendizagem ( $E^A$ ) relativos aos assuntos prescritos na integração curricular e do projeto pedagógico.

**Palavras-chave:** Coletânea LABGG. Educação Matemática. Formação de Professores. GeoGebra. Tecnologia e Matemática.

## Referências

- [1] FREIRE, P. Pedagogia do Oprimido: Saberes necessários à prática educativa (47<sup>a</sup> ed.). São Paulo: Paz e Terra, 2005.
- [2] FREIRE, P.; PAPERT, S. O Futuro da escola e o impacto dos novos meios de comunicacao no modelo de escola atual. Vídeo produzidos por Márcia Moreno e Marco Aurélio Del Rosso. São Paulo: TV PUC de São Paulo com apoio do Jornal, 1995.
- [3] NASCIMENTO, E. G. A. DO. Avaliação do software GeoGebra como instrumento psicopedagógico de ensino em geometria. 2012. 234f. (Dissertação de Mestrado). Faculdade de Educação - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, CE, 2012.
- [4] NASCIMENTO, E. G. A. DO. A importância da informática educativa nas séries iniciais. Encontro da Linha de Educação Currículo e Ensino da Universidade Federal do Ceará, V. 1, p. 295-300. Brasil: Imprece, 2013.

- [5] VALENTE, J. A. Informática na educação: a prática e a formação do professor. In: IX ENDIPE (Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino), Águas de Lindóia, Anais... p. 1-10, 1998.

## Aprender e ensinar matemática como um processo dialógico com diferentes estilos

**Erondina Barbosa da Silva** (erondina@gmail.com)

Universidade Católica de Brasília

**Resumo.** O presente trabalho apresenta uma das cinco categorias de análise de uma tese de doutorado, cujo objetivo era analisar possibilidades e limites da criação de um ambiente que favoreça o diálogo e a cooperação entre os diferentes sujeitos que interagem no contexto da aprendizagem escolar da Matemática nos anos finais do ensino fundamental. A categoria abordada trata do processo de aprender e ensinar matemática como duas faces de um mesmo processo dialógico e fundamentou-se na perspectiva de diálogo de Freire (1977, 2011) e Bakhtin (2010) e também no trabalho de Alrø e Skovsmose (2006) sobre diálogo e aprendizagem matemática. A pesquisa de natureza participante foi realizada em uma escola pública do Distrito Federal, localizada na região administrativa da Estrutural, com 14 estudantes do 7º ano do ensino fundamental e sua respectiva professora. Os estudantes foram observados em três cenários de pesquisa: a sala de aula, o laboratório de informática e o ambiente do projeto do projeto de pesquisa no contraturno. Os resultados evidenciam quatro estilos de trabalho entre os estudantes e esses estilos apresentam padrões de comunicação diferenciados e relações mais horizontais ou menos horizontais, que precisam ser observadas pelo professor na organização do trabalho pedagógico. Esses estilos modulam o engajamento dos estudantes na atividade matemática.

**Palavras-chave:** Aprender. Ensinar. Matemática. Processo dialógico.

## Referências

- [1] ALRØ, HELLE; SKOVSMOSE, OLE. Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica: 2006.
- [2] BAKHTIN, MIKHAIL M. Estética da criação verbal. Tradução de Paulo Bezerra. São Paulo: Editora WMF Martins Fontes, 2010.
- [3] D'AMBRÓSIO, UBIRATAN. Etnomatemática – elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte: Autêntica: Papyrus, 2001.
- [4] FREIRE, PAULO. Pedagogia do oprimido. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2011.
- [5] FREIRE, PAULO; SHOR, IRA. Medo e Ousadia: cotidiano do professor. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1986.
- [6] GONZÁLEZ REY, FERNANDO LUIS. Pesquisa qualitativa em psicologia: caminhos e desafios. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2005.
- [7] IEZZI;GELSON; DOLCE;OSVALDO; MACHADO, ANTONIO. Matemática e realidade – 7º ano. São Paulo: Saraiva, 2009.

[8] PONTE, JOÃO PEDRO; ET AL. Didáctica da Matemática. Lisboa: DES do ME, 1997.

## Trabalho pedagógico e criatividade em matemática: um olhar a partir da prática docente nos anos iniciais do ensino fundamental.

Fabiana Barros de Araújo e Silva (fbasilva@hotmail.com)  
Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal

Cleyton Hércules Gontijo (cleyton@unb.br)  
Universidade de Brasília

**Resumo.** Esta investigação teve como objetivo geral analisar o trabalho pedagógico do professor e como ele pode estimular o desenvolvimento da criatividade matemática de estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental de uma Escola Pública do Distrito Federal. Os conceitos centrais da pesquisa são: criatividade, criatividade em matemática e trabalho pedagógico. Sobre este último, o foco recai também para as questões relativas ao clima de sala de aula. É uma pesquisa qualitativa que apresenta características de estudo de caso. Os instrumentos utilizados foram entrevistas com a professora, 14 observações em sala de aula e construção de textos pela professora. As observações foram realizadas com o apoio de uma ficha composta por 25 indicadores que direcionou o olhar da pesquisadora quanto à inclusão de estratégias para a criatividade. Como base teórica, optou-se, principalmente, pelos seguintes autores: Csikszentmihalyi (1988, 1998), Amabile (1996), Martinez (2002, 2014), Alencar e Fleith (2003), Wechsler (2002, 2011), Gontijo (2007), Higginson (2000), Muniz (2009, 2015). Durante toda a pesquisa de campo, a pesquisadora assumiu uma postura analítica, buscando, a partir de problematizações, construir uma relação de discussões e reflexões junto à professora. Com base na análise das fichas de observação e dos relatos escritos no diário de campo, encontraram-se no trabalho pedagógico indícios de estímulos realizados de maneira intuitiva, que podem influenciar o desenvolvimento da criatividade matemática dos estudantes. Alguns fatores como a avaliação realizada em sala de aula e a cobrança do tempo para a realização das atividades foram refletidos durante os quatro encontros individuais com a professora, por terem sido apontados como fragilidades em seu trabalho pedagógico com relação ao desenvolvimento da criatividade matemática. Assim, evidenciou-se a necessidade de investir em mais processos de pesquisa e de formação continuada acerca da constituição de um ambiente propício à aprendizagem matemática e ao desenvolvimento da criatividade nessa área do conhecimento.

**Palavras-chave:** Criatividade. Criatividade em matemática. Trabalho pedagógico.

## Referências

- [1] ALENCAR, EUNICE. M. L. SOREANO; FLEITH, DENISE DE SOUZA. *Criatividade: múltiplas perspectivas*. 3ª ed. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2003b, 2009(reimpressão).
- [2] AMABILE, T. M. *Creativity in contexto*. Boulder, CO: Westview Press, (1996).
- [3] CSIKZENTMIHALYI, M. M. *Society, culture and persona systems view of creativity*. In: STERBERG, R. J. (Ed.). *The nature of creativy*. New York: Cambridge University Press, 1988. p. 325-339.

- [4] GONTIJO, CLEYTON HÉRCULES. *Estratégias para o desenvolvimento da criatividade em matemática*. Revista Linhas Críticas, Brasília, v. 12, n. 23, p.229 a 243, (2006).
- [5] HIGGINSON, WILLIAM. *Creativity in Mathematics Education: The Role of the Teacher*. 9º Congress International on Mathematical Education, Tokyo, (2000).
- [6] MARTINEZ, ALBERTINA. *A criatividade na escola: três direções de trabalho*. Revista Linhas Críticas, v. 8, n. 15, p. 189-206, (2002).

## Problematização e investigação como método de ensino de matemática: o que podemos incluir na sala de aula?

Iran Abreu Mendes (iamendes1@gmail.com)  
Universidade Federal do Rio Grande do Norte

**Resumo.** Nesta palestra, argumento favoravelmente sobre um ensino de matemática que inclua, em sala de aula, múltiplas formas de leitura de mundo e amplie os sentidos da construção matemática escolar pelos alunos, por meio de um processo de aprendizagem da sociedade e da cultura e pelas relações entre sociedade, cognição e cultura. Início minha reflexão focando a matemática como um conhecimento produzido socialmente, nas interações sociais e imaginárias manifestadas no contexto da sociedade e da cultura; nas múltiplas formas explicativas para as experiências socioculturais; nos modos de ler, compreender e explicar como se constitui a cultura humana para marcar sua passagem no planeta e nos métodos e códigos de leitura matemática das realidades socioculturais, ou seja, uma leitura matemática apoiada em princípios da observação, da investigação, da curiosidade, da criatividade e da complementaridade, implicando um olhar uno, múltiplo, transversal e globalizante. Tal leitura significa olhar para as atividades matematizantes sob o maior número de focos possível, a partir de uma correlação entre sociedade, cognição e cultura, tal como a humanidade o fez e faz ao longo da sua história sociocultural e científica. É necessário, portanto, pensar a matemática como um processo social, histórico, cultural e científico em uma interação inter e extraescolar, operacionalizado por meio da investigação e problematização de práticas socioculturais na escola e fora dela, vinculadas ao currículo e relacionadas diretamente aos conhecimentos escolares.

## Referências

- [1] LIZCANO, EMMÁNUEL. *Imaginario colectivo y creación matemática. La construcción social del número, el espacio y lo imposible en China y en Grécia*. Barcelona: Gredisa Editorial.
- [2] MENDES, IRAN ABREU. *História da Matemática no Ensino. Entre trajetórias profissionais, epistemologias e pesquisas*. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.
- [3] VERGANI, TERESA. *O zero e os infinitos. Uma experiência de antropologia cognitiva e educação matemática intercultural*. Lisboa: Editorial Minerva, 1991.

## Mediações pedagógicas e o uso de tecnologia assistiva no ensino e aprendizagem da matemática no contexto da educação especial

**Jaqueline Araújo Civardi** (Jaqueline.civardi@gmail.com)  
Universidade Federal de Goiás

**Resumo.** Tecnologia Assistiva (TA) é um conceito desenvolvido pelo Comitê de Ajudas Técnicas (CAT) como sendo uma área do conhecimento de característica interdisciplinar que engloba produtos, recursos, metodologia, estratégias, práticas e serviços que objetivam promover a funcionalidade, relacionada à atividade e participação de pessoas com deficiência, incapacidade ou mobilidade reduzida, visando sua autonomia, independência, qualidade de vida e inclusão social. Temos como objetivos aprofundar a discussão sobre esse conceito na área educacional e apresentar resultados e análises oriundos de investigações na área da educação matemática inclusiva, desenvolvidas no âmbito da graduação e pós-graduação stricto sensu (nível mestrado). A discussão se subdividirá em cinco momentos nos quais: 1º) apresentaremos as razões que levaram o Núcleo de Investigação em Educação Matemática e Tecnologia Assistiva (Niemat), do Instituto de Matemática e Estatística, da Universidade Federal de Goiás a desenvolver pesquisas nesta área; 2º) discorreremos sobre o conceito de TA e sua aplicação na educação e no ensino de matemática; 3º) apresentaremos os resultados e algumas análises oriundas de investigações sobre processos de ensino da matemática e sua aprendizagem, por educandos com deficiência intelectual e baixa visão, a partir do uso de estratégias pedagógicas que se valeram dos conceitos de mediações presentes na teoria freireana e sócio-histórico-cultural de Vigotski e seus colaboradores; 4º) discorreremos sobre o uso de materiais manipuláveis, objeto de aprendizagem e TA com educandos com deficiência intelectual e transtornos do neodesenvolvimento, inseridos em escolas regulares (níveis fundamental e médio) das redes pública e particular de Goiânia/ Goiás e em um centro de reabilitação para pessoa com deficiência visual e 5º) divulgaremos as pesquisas que se encontram em andamento no Niemat, sobre esta temática.

## Referências

- [1] DELABONA, S. C. *A mediação do professor e a aprendizagem de geometria plana por aluno com transtorno do espectro autista (síndrome de asperger) em um laboratório de matemática escolar*. 2016. Dissertação (Mestrado em Ensino da Educação Básica) – Programa de Pós-Graduação em Ensino na Educação Básica. Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2016.
- [2] FREIRE, P. *Pedagogia da Autonomia: saberes à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra, 2005.
- [3] KRANZ, C. R. *O desenho universal pedagógico na educação matemática inclusiva*. São Paulo: Editora da Física, 2015.
- [4] RODRIGUES, L. B. *O uso da calculadora como recurso de tecnologia assistiva no ensino de aritmética para os alunos com deficiência intelectual inseridos na educação de adolescentes, jovens e adultos (EAJA)*. 2015. Dissertação (Mestrado em Ensino da Educação Básica) – Programa de Pós-Graduação em Ensino na Educação Básica. Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2015. MENDES JÚNIOR, J. L. Objeto de aprendizagem hiperligado com materiais manipuláveis para o ensino de geometria espacial para alunos com baixa visão na educação básica. 2016. Dissertação (Mestrado em Ensino da Educação Básica) – Programa de Pós-Graduação em Ensino na Educação Básica. Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2016.
- [5] OLIVEIRA, R. R.; CARVALHO, S. B. OLIVEIRA, R. R.; CARVALHO, S. B. Mediações docentes realizadas durante o estágio e as respostas dadas pelos alunos com deficiência intelectual (DI) em atividades matemáticas na educação de jovens e adultos (EJA). 2016 Relatório

Investigativo-Pedagógico (Trabalho de Conclusão de Curso da Licenciatura em Matemática). Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2016.

- [6] VYGOTSKY, L. S. A construção do pensamento e da linguagem; Tradução Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2010.
- [7] VYGOTSKY, L. S. Fundamentos de defectologia. In: Obras escogidas. Madri: Visor, 1995. Tomo 5.
- [8] XAVIER, A. K. C. A influência da linguagem nas repostas efetuadas pelos alunos, em tarefas subsidiadas pelo desenho universal para a aprendizagem. 2016. Relatório Investigativo-Pedagógico (Trabalho de Conclusão de Curso da Licenciatura em Matemática). Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2016.

## A Matemática por trás do sistema de posicionamento global e do movimento de robôs aplicada ao Ensino Médio

Jeferson Teixeira de Freitas (jefmat@gmail.com)  
Universidade de Brasília

Antonio Luiz Melo (e-mail não informado)  
Universidade de Brasília

**Resumo.** O trabalho visa mostrar o mecanismo de funcionamento do Sistema de Posicionamento Global (GPS) e também fazer um estudo do movimento de robôs, usando conceitos por trás desses mecanismos para discutir algumas alternativas de intervenções didáticas que possam ser aplicadas em sala de aula. Para tanto, será necessária uma abordagem teórica de alguns temas que são pré-requisitos para o melhor entendimento desses mecanismos e que também abrem um leque de possibilidades para intervenções didáticas futuras. Aqui, o estudo de temas como a superfície esférica (Globo Terrestre) e a cartografia é usado para introduzir o estudo do funcionamento do mecanismo GPS nos seus três segmentos: espacial, de controle e de usuário. O mesmo será feito quando do estudo do movimento dos robôs. Após fazer algumas reflexões sobre o número de graus de liberdade desses movimentos, pretende-se dar uma ênfase maior num exemplo simples de três graus de liberdade para os movimentos de robôs (esquema de uma garra mecânica) para, posteriormente, dar uma sugestão de intervenção didática, com os movimentos dessa “garra mecânica” inseridos num plano de coordenadas cartesianas ortogonais, algo mais acessível aos alunos da educação básica.

**Palavras-chave:** GPS. Robôs. Aplicações.

## Referências

- [1] MONICO, J. F. G. Posicionamento pelo NAVSTAR-GPS. Descrição, fundamentos e aplicações. 1.ed. Presidente Prudente: Editora UNESP, 2000.
- [2] ROUSSEAU, C.; SAINT-AUBIN, Y. Matemática e atualidade. Volume 1.ed. Rio de Janeiro: SBM, 2015.
- [3] ROCHA, J. A. M. R. GPS, uma abordagem prática. 4.ed. Recife: Edições Bagaço, 2003.

[4] ROCHA, J. A. M. R. O abc do Gps. 2.ed. Recife: Edições Bagaço, 2005.

## Princípios básicos de uso do computador na visualização de entidades geométricas euclidianas em 3d com o Linux Educacional do Proinfo/MEC

**Jorge Barros de Abreu** (ficmatin10@gmail.com)  
Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal

**Resumo.** Todas as técnicas de criação de figuras aqui expostas podem ser reduzidas à montagem de figuras espaciais, definindo-as como compostas por polígonos planos. Por exemplo, o tetraedro regular é composto por quatro triângulos equiláteros e o cone reto de folha simples pode ser visualizado no computador como sendo construído por 100 triângulos isósceles e um polígono regular de 100 lados na base. De outra forma, se pode definir um tetraedro mostrando somente os pontos dos 4 vértices, mas pode também mostrar além dos 4 pontos dos 4 vértices mais 4 pontos centrais de cada face ou mais três pontos em cada face ou mais 100 pontos em cada face. No computador, o tetraedro apareceria mais definido à medida que se aumentasse o número de pontos. Vale ressaltar que o Geomview trata pontos como vértices e traz tudo para dentro do cubo unitário, mas isso pode ser modificado. O Geomview e a OGL foram desenvolvidos pelo “Geometry Center” da Universidade de Minnesota (EUA). Apesar de o “Geometry Center” ter sido desfeito, o Geomview continuou e é uma excelente ferramenta de visualização de objetos tridimensionais.

**Palavras-chave:** Entidades geométricas, Linux Educacional.

## Referências

[1] M. PHILLIPS AT ALL. Geomview Manual. <http://www.geomview.org/docs/geomview.pdf>.

## Notas de aula de geometria no GGBOOK

**Jorge Cássio C. Nóbriga** (j.cassio@ufsc.br)  
Universidade Federal de Santa Catarina, Blumenau

**Bruno Santos Ferreira** (brunosfweb@gmail.com)  
Universidade de Brasília

**Gilberto Lacerda dos Santos** (glacerda@unb.br)  
Universidade de Brasília

**Stephanie Coomans** (stephanie.coomans@outlook.com)  
Universidade de Brasília

**Regina da Silva Pina Neves** (reginapina@gmail.com)



Universidade de Brasília

**Resumo.** O GGBOOK (NÓBRIGA, 2015) é um sistema que integra o GeoGebra com um editor de texto e equações. Os dois se “comunicam” de forma dinâmica, de maneira que quando se alteram as propriedades de um objeto no ambiente gráfico, os valores a ele remetidos no ambiente texto também se alteram. O desenvolvimento foi fundamentado na teoria das Representações Semióticas de Duval (DUVAL, 2009, 2011) e buscou encontrar soluções para os limites detectados no GeoGebra. Nesta comunicação, apresentaremos o GGBOOK com seus recursos, modos de funcionamentos, possibilidades de exploração e contribuições. Para isso, mostraremos exemplos de notas de aula que têm características de um livro de matemática digital dinâmico, que possui ilustrações, definições, propriedades, demonstrações, etc. Destacamos ainda que o GGBOOK possui espaços para que os estudantes façam tarefas, compartilhem e interajam com o professor e com os colegas. Mostraremos como organizar as atividades, usando diferentes recursos (GeoGebra, Vídeos, Questionários, etc.), compartilhando com estudantes e dando feedbacks. Durante a apresentação, faremos algumas comparações entre as possibilidades do GGBOOK e do GeoGebratube.

## Referências

- [1] DUVAL, R. *Semiósis e Pensamento Humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais*. Tradução L. F LEVY; M.R.A SILVEIRA. 1. ed. S.P.: Livraria da Física, 2009
- [2] DUVAL, R. *Ver e Ensinar a Matemática de outra forma. Entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas*. São Paulo: PROEM, 2011.
- [3] NÓBRIGA, J. C. C. *GGBOOK: Uma plataforma que integra o software de geometria dinâmica GeoGebra com editor de texto e equações a fim de permitir a construção de Narrativas Matemáticas Dinâmicas*. Tese de Doutorado em Educação, Universidade de Brasília, Brasília, 2015.

## Produção de notas de aula de geometria no GEOGEBRATUBE

Jorge Cássio C. Nóbriga (jcassio@gmail.com)  
Universidade Federal de Santa Catarina, Blumenau

**Resumo.** O GeoGebra é um software mundialmente conhecido. Diversas pesquisas têm mostrado o potencial didático da ferramenta. No entanto, tal potencial parece não ter chegado ainda à sala de aula. É fato que o software por si só não ensina nada. É preciso ter professores bem preparados e materiais didáticos com boas sugestões de utilização. Atualmente, existem milhares de materiais disponíveis: exemplos de construções, vídeos-aulas, apostilas, etc. Em geral, esses materiais estão dispostos de maneira desorganizada e são usados mais para manipulação e visualização. Neste minicurso, mostrarei como fazer exemplos de notas de aula no GeoGebratube. Tais notas têm características de um livro de matemática digital e dinâmico, possuindo ilustrações, definições, propriedades, demonstrações, etc. Possui ainda espaços para que os estudantes possam fazer tarefas e interagir com o professor. Mostrarei como organizar as atividades, usar diferentes recursos (GeoGebra, Vídeos, Questionários, etc.), compartilhar com estudantes e dar feedbacks. Durante a apresentação, buscarei fazer algumas comparações entre as notas de aula tradicionais e as produzidas no GeoGebratube.

## Referências

- [1] DUVAL, R. *Semiósis e Pensamento Humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais*. Tradução L. F LEVY; M.R.A SILVEIRA. 1. ed. S.P.: Livraria da Física, 2009
- [2] DUVAL, R. *Ver e Ensinar a Matemática de outra forma. Entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas*. São Paulo: PROEM, 2011.
- [3] NÓBRIGA, J. C. C. *GGBOOK: Uma plataforma que integra o software de geometria dinâmica GeoGebra com editor de texto e equações a fim de permitir a construção de Narrativas Matemáticas Dinâmicas*. Tese de Doutorado em Educação, Universidade de Brasília, Brasília, 2015.

## A inserção da história na prática do professor de matemática

Josinalva Estacio Menezes (jomene@bol.com.br)  
Universidade de Brasília

**Resumo.** A história da matemática tem sido alvo de interesse de pesquisadores e matemáticos, desde o século XVII. No Brasil, a criação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) trouxe a história da educação matemática para o cenário educacional, hoje, o quinto grupo de trabalho-GT. No mundo, também são realizados eventos nacionais e internacionais sobre o tema. Este trabalho traz os resultados de uma pesquisa que objetivou coletar as eventuais formas de inserção da história no ensino de matemática em professores em diversos níveis e países. O estudo bibliográfico apoia-se nas ideias de Miguel, Ferreira, Fossa e Mendes. Empiricamente, aplicamos um questionário, contendo perguntas abertas e fechadas, junto a trezentos professores que participaram de um evento internacional em história da educação matemática. Destes, selecionamos 37 respondentes, sendo dois estrangeiros. Dos resultados, encaminhamos a necessidade de ampliar o acesso do professor e da instituição às produções mais recentes, por meios econômicos de tecnologia de comunicação de massa, como também apontamos a necessidade de que a história da matemática seja utilizada na prática, o que pode contribuir mais efetivamente para melhorar a situação do ensino de matemática no Brasil, e com a interação internacional, também em outros países.

**Palavras-chave:** História da matemática. Ensino.

## Referências

- [1] MENDES, IRAN ABREU. *O uso da história no ensino de matemática: reflexões teóricas e experiências*. Belém: EDUEPA, 2001.
- [2] MIGUEL, ANTÔNIO. *Três estudos sobre história e educação matemática*. Tese de Doutorado. Campinas: UNICAMP, 1993.
- [3] MONTUCLA, JEAN ETIENNE; LALANDE, JOSEPH JÉRÔME. *Le Français de... Histoire des mathématiques Paris: H. Agasse. an VII [1798 or 1799]-an X (mai 1802). 4 v.*

## Jogo e produção de registros pela criança do 3º ano do Ensino Fundamental nas aulas de matemática.

**Keila Cristina de Araújo Reis** (keilaaraujo077@gmail.com)  
Universidade de Brasília

**Antônio Villar Marques de Sá** (villar@unb.br)  
Universidade de Brasília

**Resumo.** A presente pesquisa propõe o desafio de investigar a relação entre jogos e registros orais e escritos como estratégias propulsoras da comunicação matemática no que tange ao desenvolvimento do campo conceitual aditivo. O jogo, em específico, ganhará destaque por sua expectativa lúdica e por ser um mediador do conhecimento que, ao articular-se à produção de registros pelas crianças, trará possibilidade de desenvolvimento dos conceitos que constituem o campo aditivo a partir da metacognição e da metacomunicação, segundo Muniz (2010). A comunicação matemática será analisada a partir das representações semióticas, com apoio teórico nos autores Peirce (1995), Santanella (2004) e Duval (2009), à luz da teoria Histórico-Cultural, cujo precursor é Vigotski (2008). A fim de investigar o problema que emerge do/no contexto da alfabetização, será realizado um estudo de caso, de abordagem qualitativa, com três crianças que cursam o 3º ano do Ensino Fundamental, de uma escola pública do Distrito Federal. Essas crianças serão acompanhadas em situações de jogos e a partir deles serão propostas situações de registros que tencionem a representação dos conceitos em desenvolvimento.

**Palavras-chave:** Jogo. Registro. Comunicação. Desenvolvimento. Matemática.

## Referências

- [1] MUNIZ, CRISTIANO ALBERTO. *Brincar e jogar enlacs teóricos e metodológicos no campo da educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, (2010).
- [2] PIERCE, CHARLES SANDES. . *Semiótica*. Trad. José Teixeira Coelho Neto. 2a ed. São Paulo: Perspectiva, (1995).
- [3] SANTAELLA, LÚCIA. *O que é Semiótica*. São Paulo, Brasiliense, (1983).
- [4] VIGOTSKI, LEV SEMINOVITCH. *A brincadeira e o seu papel no desenvolvimento psíquico da criança*. Tradução de Zoia Prestes. Revista Virtual de Gestão de Iniciativas Sociais, Rio de Janeiro, n. 8, p. 23-36, jun. 2008 (1933).

## Um estudo sobre a sequência de fibonacci e a proporção áurea no ensino de Matemática no Ensino Médio

**Leonardo Monteiro de Sousa** (e-mail não informado)  
Universidade de Brasília

**Andréia Júlio de Oliveira Rocha** (andreiajuliomatema@gmail.com)

Universidade de Brasília

**Resumo.** Este trabalho busca abordar a sequência de Fibonacci e a proporção áurea como conteúdos a serem trabalhados em sala de aula, de forma didática, para auxiliar o ensino da matemática nas turmas do primeiro ano de Ensino Médio, realçando a relação entre a sequência de Fibonacci e a proporção áurea com a realidade que nos cerca, devido à abstração da matemática vista nos cálculos e equações. A pesquisa possui uma parte bibliográfica e uma parte de campo. A pesquisa de campo foi realizada com a aplicação de um questionário com questões fechadas, no intuito de identificar se os alunos conheciam a sequência Fibonacci ou a proporção áurea. Após a aplicação do questionário, obtivemos como resultado que 100% dos alunos não conheciam a sequência, mas que 40% viam que os conteúdos pesquisados poderiam vir a acrescentar algo a mais para a aula. Contudo, concluímos que a sequência de Fibonacci e a proporção áurea são pouco utilizadas em sala de aula, e que os principais problemas que tornam difícil trazer algo diferente, lúdico para as aulas é a falta de interesse de alguns alunos com relação à disciplina de matemática e um planejamento e utilização do tempo de forma inadequada.

**Palavras-chave:** Sequência. Fibonacci. Proporção. Áurea.

## Referências

- [1] DANTE, LUIZ ROBERTO. *Matemática - Contexto e Aplicações*. Volume 1. São Paulo: Editora Ática, 2012. 504p.
- [2] MATEMÁTICA DIDÁTICA. *Números de Fibonacci*. Disponível em <http://www.matematicadidatica.com.br/SequenciaFibonacci.aspx>. Acesso em: 02 novembro de (2015).
- [3] HUNTLEY, H. E. *A Divina Proporção - Um Ensaio sobre a Beleza na Matemática*. Brasília. Editora Universidade de Brasília, 1985. 178p.
- [4] RIGONATTO, MARCELO. *Sequência de Fibonacci*. Brasil Escola. Disponível em <http://www.brasilecola.com/matematica/sequencia-fibonacci.htm>. Acesso em 21 de outubro de (2015).
- [5] REIS, ISMAEL. *Retângulo Áureo; Matematicando*. Disponível em <http://topicosmatematicos.blogspot.com.br/2008/11/o-retngulo-ureo.html>. Acesso em 02 de novembro de (2015).
- [6] SILVA, MARCOS NOÉ PEDRO DA. *Proporção*, Brasil Escola. Disponível em <http://brasilecola.uol.com.br/matematica/proporcao.htm>. Acesso em 11 de maiode (2016).
- [7] MATEMÁTICA ESSENCIAL. *Sequência de Fibonacci: Aplicação*. Disponível em [personal.sercomtel.com.br/matematica/alegria/fibonacci/seqfib2.htm](http://personal.sercomtel.com.br/matematica/alegria/fibonacci/seqfib2.htm). Acesso em 10/04/2016.
- [8] SILVA, JOSE LUCIVALDO LEITE DA. *Passei Web. Razão Áurea*. Disponível em [http://www.passeiweb.com/estudos/sala\\_de\\_aula/matematica/geometria\\_razao\\_aurea](http://www.passeiweb.com/estudos/sala_de_aula/matematica/geometria_razao_aurea). Acesso em 17/04/2016.
- [9] LEONARDO FIBONACCI. *Aplicações da Sequência de Fibonacci*. Disponível em <https://sites.google.com/site/leonardofibonacci7/aplicacoes-da-sequencia-de-fibonacci>. Acesso em 10/04/2016.

## A ludicidade como ferramenta para o ensino-aprendizagem de matemática. passeando por Brasília e aprendendo geometria

**Luís Dionísio Paz Lapa** (profluislapa@gmail.com)  
Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal

**Resumo.** Neste trabalho, debateremos o que temos desenvolvido na dissertação a ser apresentada no âmbito do programa de Mestrado Profissional em Matemática em rede Nacional da Universidade de Brasília. Recente artigo da organização “Todos pela educação” aponta que apenas 7,3% dos alunos, ao final do ensino médio, atingem níveis satisfatórios de aprendizagem. Quando a pesquisa faz um recorte entre alunos das escolas públicas este resultado cai para 3,6%. Estes números reiteram o que há muito se intitula o fracasso no ensino de matemática na educação básica. Neste cenário, muito tem sido produzido acerca dos caminhos que se deve seguir para a busca da melhoria no ensino e aprendizagem de matemática. Em 2016, ao assumir a direção do IMPA (Instituto de Matemática Pura e Aplicada), Marcelo Viana vaticinou: “As crianças nascem gostando de matemática. os professores é que se encarregam de acabar com isso.” Propomos uma reflexão sobre a importância da ludicidade no processo de reencantamento e de facilitador do processo de ensino-aprendizagem de matemática. Apresentaremos exemplos de sucesso pelo Brasil afora e, ao final, uma proposta já iniciada em escola pública de São Sebastião, no Distrito Federal: o projeto “passeando por Brasília e aprendendo matemática”.

**Palavras-chave:** Ensino da matemática. Atividades lúdicas.

## Referências

- [1] ÁVILA, G. Várias faces da matemática: tópicos para licenciatura e leitura geral, 2<sup>a</sup> ed. São Paulo: Blucher, 2010.
- [2] TASSONE, MÁRCIA ZULIAN TEIXEIRA. Construção da parábola através de modelos lúdicos e computacionais. 2015. 132 P. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de São Carlos: UFSCAR, São Carlos, São Paulo, 2015.

## Jogo tapete cartesiano com a atividade “UnB analítica”.

**Marcos Paulo Barbosa** (marcospaulopos@gmail.com)  
Faculdade de Educação  
Universidade de Brasília

**Alessandra Lisboa da Silva** (lisboa.ale@gmail.com)  
Faculdade de Educação  
Universidade de Brasília

**Resumo.** O presente resumo discorre sobre aplicação e análise do Jogo “Tapete Cartesiano”. O jogo teve um momento teórico e outro prático, foi aplicado em 2015 em um grupo de 40 alunos do Centro de Ensino Médio 09 de Ceilândia-DF, durante as aulas do “Projeto Matemática Todo Dia”.

O momento teórico aconteceu em um encontro e abordou assuntos relacionados à geometria analítica com auxílio do software Graphmatica. A parte teórica foi apresentada considerando a aprendizagem por recepção da teoria de Ausubel (2000). Inicialmente, os conteúdos foram revisados considerando a teoria da assimilação e retenção do conhecimento. Dividimos a turma em grupos com cinco participantes que teriam como desafio colaborativo concluir a missão proposta que se resumia em encontrar o posicionamento correto das edificações da UnB num tapete cartesiano, através da resolução de alguns desafios. Propomos que os alunos encontrassem os pares ordenados das edificações, distâncias entre edificações, equações das retas que passavam pelos pontos, as áreas das figuras formadas pelas edificações. A interação entre os integrantes do grupo permitiu que os conteúdos fossem gradativamente assimilados por todos, pois o desafio que um não compreendia era explicado pelos demais. Os dados coletados mostram que a atividade apresentou um resultado ótimo em relação à aprendizagem significativa. Verificamos que a assimilação dos conteúdos aconteceu por recepção, excetuando alguns casos que inferimos aprendizagem por descoberta.

**Palavras-chave:** Tapete Cartesiano. Aprendizagem Significativa. Grupos Colaborativos. Ensino Médio.

## Referências

- [1] AUSUBEL, DAVID P, *Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva*. Tradução: Lígia Teopisto, Lisboa: Paralelo, 2003 (Edição original 2000).
- [2] BRENELLI, ROSELY PALERMO, *O jogo como espaço para pensar: a construção de noções lógicas e aritmética.*, Campinas: Papirus, (1996).
- [3] DA SILVA, ALESSANDRA LISBOA; BARBOSA, MARCOS PAULO, *Facebook: diálogos na rede social estimulando a participação de alunos nas olimpíadas científicas*, Lisboa: III Colóquio Luso-Brasileiro de Educação a Distância e Elearning, (2013). Disponível em: <http://lead.uab.pt/OCS/index.php/CLB/club/paper/view/330>. Acesso em: 09 jan. 2017.
- [4] HUIZINGA, JOHAN, *Homo ludens*, São Paulo: Perspectiva, 2000 (Edição original 1938).
- [5] POLYA, GEORGE, *A arte de resolver problemas*, Rio de Janeiro: Interciência, 1995 (Edição original 1945).

## O Pibid na escola 102 norte: experiências matemática em prol da aprendizagem conceitual e mediacional

**Maria Luiza de Oliveira Silva** (m.l.oliveira@outlook.com)  
Universidade de Brasília

**Regina da Silva Pina Neves** (reginapina@gmail.com)  
Departamento de Matemática  
Universidade de Brasília

**Resumo.** Este texto apresenta etapas de um estudo em desenvolvimento que une o Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), do curso de licenciatura em matemática da UnB,

e a Escola 102 Norte, da Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal (SEEDF). O objetivo central é promover experiências matemáticas que ampliem a conceituação junto aos estudantes de nono ano do Ensino Fundamental atendidos pelo programa. No Departamento de Matemática da Universidade de Brasília (MAT/UnB), o PIBID está em vigor desde 2009 e vem realizando trabalhos junto a licenciandos e orientadores, a fim de elaborar materiais didáticos na forma de cadernos, que consistem em atividades investigativas a partir da resolução de problemas, em diálogo com as pesquisas de Onuchic (1999) e Skovsmose (2000). Diante disso, assumimos as atividades junto a um grupo de 8 estudantes de nono ano do ensino fundamental da referida escola com idades entre 14 e 16 anos. Em um total de 8 encontros, ofertamos a eles experiências matemática a partir dos cadernos “Teorema das quatro cores” e “Proporções: Razão Áurea”, cujo objetivo era avaliar o raciocínio lógico dos alunos e, por meio de diálogo, levá-los a completar os desafios presentes nos cadernos e instigá-los a desenvolver naturalmente teoremas matemáticos que são naturais e cotidianos para os alunos. Os discentes apresentaram dificuldades conceituais relacionadas aos conceitos abordados nos cadernos, entre eles: noções básicas de geometria, multiplicação, divisibilidade e razão. Em relação ao nosso desenvolvimento, foi possível observar a construção de novas estratégias metodológicas e a ampliação do discurso mediacional a fim de auxiliar os estudantes na superação das referidas dificuldades. Ao final do projeto, pode-se perceber que, em cerca de dois meses, alunos que se negavam a estudar matemática conseguiram, não só resolver problemas, mas também relacionar questões e temas matemáticos ao seu cotidiano.

**Palavras-chave:** Experiências matemáticas. aprendizagem conceitual.

## Referências

- [1] SILVA, J. C.; PINA NEVES, R. S.; BACCARIN, S. A. O. A Educação Estatística na Licenciatura em Matemática: o caso de uma Instituição Pública do Estado de Goiás. Encontro Nacional De Educação Matemática - Anais. Curitiba, PR, 2013.
- [2] PINA NEVES, R. S.; BACCARIN, S. A. O.; SILVA, J. C. Geometria Espacial na Licenciatura em Matemática: em análise a formação dos futuros professores de Matemática de uma instituição pública. VII Congresso Iberoamericano De Educación Matemática - Anais. Montevideo-UR, 2013.
- [3] MOREIRA, P.C.; DAVID, M.M.M.S. Matemática escolar, matemática científica, saber docente e formação de professores. Zetetiké. v.11, n.19, p. 57-80, 2003.
- [4] SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. Bolema: Boletim de Educação Matemática, v.14, p.66-91, 2000.
- [5] SZCZPANSKI, K.; GREBOT, G. O estudo da esfera através da sua construção. VII congresso Ibero-Americano de Educação Matemática, Montevideu, Anais, 2013.
- [6] PEREIRA, J. E. D. 2011. A prática como componente curricular na formação de professores. Revista Educação, v.36, n.2, p. 203-218, 2013. Disponível em: <http://cascavel.ufsm.br/revistas/ojs-2.2.2/index.php/reveducao/article/viewFile/3184/2047>.

**Análise das práticas pedagógicas desenvolvidas em laboratórios de matemática no Ensino Médio integrado ao profissional**

**Marli Alves Flores Melo** (floresmelo@gmail.com)  
Universidade Católica de Brasília

**Resumo.** Este trabalho tem como objetivo apresentar uma análise das práticas pedagógicas desenvolvidas nos laboratórios de matemática implantados nas escolas de ensino médio integrado vinculadas às secretarias de educação de dois estados brasileiros localizados nas regiões norte e sul. Para isso, consideramos às metas instituídas na implementação do Programa Brasil Profissionalizado. Como sujeitos de pesquisa, participaram professores regentes de matemática e estudantes regularmente matriculados em cursos técnicos. Como procedimentos, realizou-se in vivo, visitas técnica e observações diretas. Utilizou-se como instrumento de investigação questionários semiestruturados e aplicados de forma on-line por meio da plataforma surveymonkey. Optou-se pelo uso da análise de conteúdo como método de pesquisa. Os resultados revelaram algumas das dificuldades dos atores envolvidos quanto ao domínio dos novos espaços destinados às aulas práticas no ensino da matemática e no uso de jogos como suporte didático na resolução de problemas complexos. Concluímos que as atividades sugeridas nesses laboratórios, ainda, não atendem às necessidades educacionais dos alunos para interpretar e construir conceitos matemáticos de maneira articulada, lógica e racional. Antecipamos ser importante agregar às aprendizagens as tendências teóricas da educação matemática sintonizadas às concepções direcionadas ao entendimento do “inédito viável”.

**Palavras-chave:** Laboratórios de Matemática, Ensino Médio Profissional.

## Referências

- [1] BARDIN, L. Análise de conteúdo. Lisboa: Edições 70, 2011.
- [2] BRASIL. Catálogo Nacional de Cursos Técnicos (2008). Ministério da Educação. Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica. Brasília, Distrito Federal. Disponível em: <<http://www.mec.gov.br/SETEC/CNCT>>. Acesso em: 10 fev. 2015b.
- [3] \_\_\_\_\_. Decreto nº 6.302, de 12 de dezembro de 2007c. Institui o Programa Brasil Profissionalizado. Diário Oficial da República Federativa do Brasil. Brasília, Distrito Federal, n. 249, 13 dez. 2007, seção 1, p. 4-5.
- [4] \_\_\_\_\_. Laboratórios. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica. Brasília, Distrito Federal, 2010b. Disponível em: <[http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com\\_content&view=article&id=13790&Itemid=993](http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=13790&Itemid=993)>. Acesso em: 10 jul. 2014.
- [5] \_\_\_\_\_. Sistema Integrado de Monitoramento, Execução e Controle do Ministério da Educação (SIMEC). Ministério da Educação. Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica. Brasília, Distrito Federal, 2012a. Disponível em: <<http://www.simec.mec.gov.br>>. Acesso em: 15 jun. 2014.
- [6] \_\_\_\_\_. Sistema Nacional de Informações da Educação Profissional e Tecnológica (SISTEC). Ministério da Educação. Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica. Brasília, 2012b. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br>>. Acesso em: 10 jun. 2014.

## Dimensões lúdicas prescritas: análise de conteúdo do currículo

---



## em movimento - SEEDF-2014

**Mikaella Lima Gomes** (mikaellalimagomes@hotmail.com)

Faculdade Projeção Taguatinga Norte  
Escola de Formação de Professores

**Valdir Sodré dos Santos** (e-mail não informado)

Universidade de Brasília

**Resumo.** Esta pesquisa tem como proposta analisar e discutir como a ludicidade em sala de aula pode contribuir no processo ensino-aprendizagem, averiguando se ela funciona como recurso didático. Foi utilizada como ferramenta um jogo sobre frações e um questionário sobre o jogo e situações-problemas destinadas aos alunos. Para realização da pesquisa, foram selecionados estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do Distrito Federal, a fim de analisar suas percepções e desenvoltura ao utilizar o jogo em sala de aula. Smole et al. (2011) afirma que as habilidades desenvolvem-se por meio do jogo, pois, ao jogar, os alunos podem resolver problemas, investigar e descobrir a melhor jogada; refletir e analisar as regras, estabelecendo relações entre os elementos do jogo e os conceitos matemáticos; o que possibilita uma situação de prazer e aprendizagem significativa nas aulas de matemática. A ludicidade precisa ser implementada em sala de aula, durante os anos letivos, desvinculando a ideia de que o aluno se diverte somente da porta para fora da escola, e que as aulas são monótonas, facilitando o ensino do professor e a aprendizagem dos conteúdos matemáticos, por parte dos alunos, interligando professor, aluno e conteúdo.

**Palavras-chave:** Ludicidade. Jogos. Recurso. Ensino-Aprendizagem. Matemática.

## Referências

- [1] SMOLE, K. S., ET AL. *Cadernos do Mathema: jogos de matemática de 1º a 5º ano*. Porto Alegre: Artmed, 2007.

## Dimensões lúdicas prescritas: análise de conteúdo do currículo em movimento - SEEDF-2014

**Mônica Regina Colaço dos Santos** (monicacolacounb@gmail.com)

Universidade de Brasília

**Resumo.** Como parte inicial da pesquisa de mestrado sobre a ludicidade no Ensino Fundamental Anos Iniciais, o presente estudo de cunho bibliográfico do currículo da Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal - Currículo em Movimento (2014), no qual consta o lúdico como eixo integrador, propondo uma relação alfabetização/Letramento/Ludicidade. Para interpretar a dimensão lúdica, presente no documento, o Currículo foi categorizado com o apoio da análise de conteúdo baseada em Bardin (2011). Na pesquisa foram utilizados como contributo teórico Huizinga (2012), Kishimoto (2001), Muniz (2010), entre outros. O estudo pretendeu identificar e articular o lúdico como objetivo quanto como conteúdo curricular como consta no documento supracitado. Consoante com as análises realizadas, podemos destacar as propostas da Educação Matemática e o lúdico

no Currículo em Movimento (2014). O lúdico se elevou ao posto de eixo integrador equivalente ao conceito de letramento de forma que a ludicidade pode ser mais uma forma do sujeito aprender e se expressar no ambiente escolar.

**Palavras-chave:** Lúdico; Currículo em Movimento Ensino Fundamental Anos Iniciais (2014); Educação Matemática.

## Referências

- [1] BARDIN, LAURENCE. *Análise de conteúdo. Trad.: Luís Antero Reto, Augusto Pinheiro*. 2º ed. São Paulo: Edições 70, 2011.
- [2] DISTRITO FEDERAL. SEEDF. *Currículo em movimento da educação básica*. Brasília 2014. Disponível em: <http://www.se.df.gov.br/content/article/282-midias/443-curriculoemmovimento.html> Acesso em: 31. jan. 2017.
- [3] HUIZINGA, JOHAN. *Homo ludens: o jogo como elemento da cultura*. 7. ed. São Paulo: Perspectiva, [1938], 2012.
- [4] KISHIMOTO. TISUKO MORCHIDA. *Brinquedos e materiais pedagógicos nas escolas infantis. Educação e Pesquisa*. São Paulo, v. 27, n. 2, p. 229-245, jul./dez. 2001.
- [5] MUNIZ, CRISTIANO ALBERTO. *Brincar e jogar: enlaces teóricos e metodológicos no campo da educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

## Identificação e superação de inadequações conceituais e metodológicas na aprendizagem de conjuntos numéricos

**Nayra Thayne Cena de Oliveira** (nayrathayne@gmail.com)  
Universidade Federal de Goiás

**Dayane Palmer de Oliveira** (anynegaoliver1@gmail.com)  
Universidade Federal de Goiás

**Janice Pereira Lopes** (janiceplopes@gmail.com)  
Universidade Federal de Goiás

**Resumo.** O presente trabalho corresponde a uma das cinco etapas (Observação e escrita do Projeto de Ensino-Aprendizagem, primeira intervenção, observação e escrita do Projeto Investigativo-Pedagógico, segunda intervenção, análise e escrita do Relatório Investigativo-Pedagógico) necessárias para a conclusão do Estágio Supervisionado III e IV do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Goiás. Essa pesquisa investigou o processo de aprendizagem do conceito de fração associado ao uso de materiais manipuláveis, em especial, o uso da Escala Cuisenaire, em uma turma de 4º Ano do Ensino Fundamental. Durante o desenvolvimento da pesquisa, identificamos a presença de um aluno com Síndrome de Down na turma, o que exigiu a dedicação de tempo e planejamento específicos, a fim de que pudéssemos garantir, na medida do possível, atendimento didático e metodológico adequado às necessidades cognitivas do estudante e uma aprendizagem matemática

minimamente significativa. Buscamos subsídios de teóricos, como Lorenzato (2006) e Passos (2006), para compreender com maior profundidade as contribuições dos materiais manipuláveis associados ao ensino de matemática, além de referenciais teóricos que nos auxiliassem na compreensão mais efetiva do processo de inclusão de crianças com SD na escola e na sala de aula, dentre eles Voivodic (2004) e D'Antino (1998).

**Palavras-chave:** Materiais manipuláveis. Anos iniciais. Educação matemática.

## Referências

- [1] BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (1º e 2º ciclos do ensino fundamental)*. v. 3. Brasília: MEC, 1997.
- [2] CAVALIERI, L. *O Ensino de Frações*. Monografia (Especialização em Ensino da Matemática) - Universidade Paranaense - UNIPAR, Umuarama, 2005. 54 f.
- [3] D'ANTINO, M.E.F. *A máscara e o rosto da instituição especializada*. São Paulo: Memnon, 1998.
- [4] LORENZATO, S. *Laboratório de ensino de Matemática e materiais didáticos manipuláveis*. In: LORENZATO, S. (Org.). *O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores*. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 3-37.
- [5] PASSOS, C.L.B. *Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática*. In: LORENZATO, S. (Org.). *O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores*. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 77-92.
- [6] SILVA, J. A. *Modelos explicativos elaborados por adolescentes e adultos para o cálculo com frações: da percepção ao pensamento operatório*. In: *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 9, n.2, 2007. Disponível em: <http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/905/598>. Acesso em: 6 de jun. 2016.
- [7] VOIVODIC, M.A.M.A. *Inclusão escolar de crianças com Síndrome de Down*. 7º edição Petrópolis, RJ: Vozes, 2013. p. 39-65.

## Identificação e superação de inadequações conceituais e metodológicas na aprendizagem de conjuntos numéricos

Nilza Eigenheer Bertoni (bertoni@gmail.com)

Universidade de Brasília

**Resumo.** Esta proposta constitui-se parte como relato de experiência, parte como pesquisa em andamento, inserida na tendência de insubordinação criativa na pesquisa científica (D'AMBROSIO; LOPES, 2015), que admite novos caminhos na busca de descobertas em aprendizagem matemática. O foco central são as inadequações conceituais e metodológicas encontradas em propostas de aprendizagem dos conjuntos numéricos  $N$ ,  $Z$ ,  $Q$ ,  $I$ ,  $R$ . Em especial, dois fatos têm sido alvo especial de nossa atenção: a desarticulação nas propostas de aprendizagem dos vários conjuntos e interpretações errôneas, causadas pelos diagramas de Venn. Quanto à desarticulação, observamos a falta de

consistência entre unidades concretas representativas, jogos, significados e procedimentos operatórios usados na aprendizagem dos vários conjuntos. Quanto ao diagrama de Venn, observamos a indução a ideias de que os novos elementos (de  $Z$  e  $Q$ ) aparentemente ficam “em volta” do conjunto de partida; e que na constituição de  $R$  parece haver elementos de  $Q$ ,  $I$  e alguns outros (não identificados). Serão desenvolvidas atividades para a superação dessas inadequações, algumas constantes em projeto anterior e outras decorrentes da pesquisa continuada.

**Palavras-chave:** Conjuntos numéricos. Aprendizagem. Inadequações metodológicas e conceituais.

## Referências

- [1] AMATO, S. DOS R. *Frações. Apostila do Projeto Um Novo Currículo de Matemática.* MEC/CAPES/PACT/UnB-Década de 1990.
- [2] BERTONI, N. E.; GUIDI, R.M. *Numerização. Apostila do Projeto Um Novo Currículo de Matemática.* MEC/CAPES/PACT/UnB-Década de 1990.
- [3] D'AMBROSIO, B.S. E LOPES, C.E. (ORG.). *Vertentes da Subversão na Produção Científica em Educação Matemática.* Campinas: Mercado de Letras, 2015.
- [4] GASPAR, M.T.J.C. E DIAS, A.L.B. *Inteiros. Apostila do Projeto Um Novo Currículo de Matemática.* MEC/CAPES/PACT/UnB-Década de 1990.
- [5] MUNIZ, C. A. *Decimais. Apostila do Projeto Um Novo Currículo de Matemática.* MEC/CAPES/PACT/UnB-Década de 1990.
- [6] WU, H. *The Mis-Education of Mathematics Teachers.* Notices of the AMS. Volume 58, Number 3.

## Como manipular bases numéricas para resolução de problemas

**Olinto de Oliveira Santos** (profolinto13@gmail.com)

Centro Territorial de Educação Profissional da Costa do Descobrimento

**Resumo.** Este trabalho mostra que, manipulando as Bases Numéricas, é possível resolver problemas que envolvem soma de potências de mesma base. Ele está dividido em duas partes. Na primeira, trata do conceito de Base Numérica e apresenta uma nova forma de escrever os números usando algarismos Hindu-arábicos, a Escrita pela Definição (ED) e suas propriedades. Na segunda parte, é apresentada uma nova Equação Diofantina, a EDEB (Equação Diofantina Exponencial Básica), que pode ser resolvida com a manipulação de bases numéricas e é capaz de resolver problemas tanto na Educação Básica como Superior, que envolvem soma de potências de mesma base como, por exemplo: Equações Exponenciais, Análise Combinatória, Séries e Teoria dos Números. O sistema de numeração Hindu utiliza um sistema posicional para facilitar a escrita de um número em qualquer base, especialmente na base 10 que é a mais utilizada, temos que o número 351, 5; por exemplo, pode ser escrito como  $3 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 1 + 5 \cdot 10^{-1}$  esta forma de escrever será denominada, neste trabalho, escrita pela definição (ED) . Este sistema posicional de escrita esconde uma característica que pode ser explorada para a solução de diversos problemas, o fato de que os números são criados pela soma

de potências de mesma base.

**Palavras-chave:** Bases numéricas.

## Referências

- [1] CHAVES, A. P. A. Equações Diofantinas Envolvendo Potências de Termos de Sequências Recorrentes. Brasília: Universidade de Brasília (UNB), 2013, p. 1.
- [2] HEFEZ, M. Elementos de Aritmética. Rio de Janeiro, SBM, 2011, p. 43-52.
- [3] LIPING, M. Sem a Pele as Penas Caem. Revista Cálculo. São Paulo: Editora Segmento, p.16-19, mar. 2014.
- [4] RIBEIRO, R. Equações Diofantinas: Uma Abordagem para o Ensino Médio. Brasília: Universidade de Brasília (UnB), 2014.
- [5] SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA. Diretrizes Curriculares para o Ensino da Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 2015.

## O laboratório de ensino de matemática do departamento de matemática da universidade de Brasília: atividades lúdicas e criativas para o ensino e aprendizagem da matemática

**Paulo Victor Reis Moreira** (paulov97moreira@gmail.com)  
Universidade de Brasília

**Regina da Silva Pina Neves** (reginapina@gmail.com)  
Universidade de Brasília

**Nathália Duarte da Silva** (e-mail não informado)  
Universidade de Brasília

**Resumo.** Os autores que investigam a relação Laboratório de Ensino - Educação Básica são unânimes ao defender que esse espaço modifica e/ou amplia as oportunidades de mediação do conhecimento matemático pelo professor, a partir do uso/criação/ adaptação de materiais concretos/recursos didáticos/materiais manipuláveis/materiais didáticos com objetivos pedagógicos. Já em relação ao estudante, o argumento incide sobre o fato de que a vivência nesses espaços amplia suas oportunidades de aprendizagem, na medida em que se diversificam as situações nas quais um determinado conceito se apresenta. Nesse contexto, muitos estudos defendem essa vivência como possibilidade de (re)construção da atividade de pesquisa – visto que são fomentadas as seguintes ações: observar, comparar, deduzir, organizar e relatar observações e resultados, entre outras atividades típicas da prática da investigação. A atividade proposta neste evento consiste em uma demonstração lúdica de um dos materiais que pertencem ao inventário do laboratório, o Pentaminó. Pentaminós são figuras planas formadas por agrupamentos de cinco quadrados congruentes dispostos um ao lado do outro, justapostos, cada dois com um lado completo em comum, incluídos os vértices. A atividade se dará como um desafio composto de vários níveis de dificuldade de forma a levar o participante a

um melhor domínio da atividade.

**Palavras-chave:** Laboratório de ensino. recursos didáticos.

## Referências

- [1] LEMAT, LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA. Disponível em: <www.mat.unb.br/lemat>. Acesso em: 15 de Dezembro de 2016.
- [2] GANDULFO, ANA MARIA REDOLFI; COLONA, MARIA DO CARMO P. SANTOS; SILVA, CARLOS FRANCISCO. Experiências em geometria no laboratório de Ensino. Brasília.
- [3] BERTONI, N. E.; GASPAR, M. T. J. Laboratório de Ensino de Matemática da Universidade de Brasília - uma trajetória de pesquisa em educação Matemática, apoio à formação do professor e interação com a comunidade. In: LORENZATO, Sergio. (Org.). O laboratório de ensino de matemática na formação de professores. 1ed.Campinas-SP: Autores Associados, 2006, p. 135-151.

## A análise da produção escrita de estudantes como oportunidade de aprendizagem e prática de investigação

**Paulo Vinícius Pereira de Lima** (paulovinicius49@gmail.com)  
Faculdade Projeção

**Valdir Sodré dos Santos** (janaina.mendes.ps@gmail.com)  
Faculdade Projeção

**Regina da Silva Pina Neves** (reginapina@unb.br)  
Universidade de Brasília

**Resumo.** A análise da produção escrita em matemática de estudantes tem contribuído nos processos de formação inicial e continuada dos futuros e dos professores de matemática, uma vez que promove habilidades sobre os processos de ensino e aprendizagem e auxilia no desenvolvimento de novas estratégias de aprendizagem matemática. É possível discorrer sobre as respostas dadas, indagar-se sobre a sua configuração e analisar quais são relações que as constituem. O estudo considerou a atual literatura no ensino de Matemática e produção escrita apresentada por Buriasco (2016), Bachelard (1938), Fávero (2012). Diante disso, este trabalho tomou por análise a produção escrita em matemática de uma estudante que frequenta o acompanhamento escolar, assumindo como dado de investigação a avaliação escrita formal realizada por ela em sua escola regular. Tal avaliação abordava os conteúdos de propriedade de potências e operações com frações e números decimais. A atividade mostrou-se significativa para o desenvolvimento profissional do professor de matemática, visto que promove a reflexão e ação a partir da produção matemática de estudantes reais em situação de escolarização, possibilitando a reorientação de sua prática educacional. Quanto ao estudante, a análise da produção escrita possibilitou refletir sobre suas ações revendo suas práticas de estudo e compreendendo os meios pelos quais ele aborda o conhecimento, interrogando e observando as diferentes estratégias.

**Palavras-chave:** Avaliação. Análise. Produção escrita em matemática.

## Referências

- [1] BACHELARD, GASTON. *A formação do espírito científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento*. Rio de Janeiro: Contraponto, 1938 (impressão 1996) 316 p.
- [2] BURIASCO, R.L.C. DE. *Análise da Produção Escrita: alguns apontamentos. Minicurso ministrado*. In: VIII Workshop de Verão em Matemática, 25-26 jan. 2016. Brasília, p. 30-31 (caderno de resumos).
- [3] FÁVERO, M. H, PINA NEVES, R. S. *A pesquisa de intervenção psicopedagógica: evidências sobre o ensinar e aprender matemática*. Linhas Críticas, vol. 18, n. 35, jan-abr, 2012, pp. 47-68. Universidade de Brasília. Brasília, Brasil.

## Um novo olhar sobre as futuras práticas do professor de matemática em formação- uma perspectiva do PIBID

Paulo Vinícius Pereira de Lima (paulovinicius49@gmail.com)  
Faculdade Projeção

Valdir Sodrê dos Santos (valdirsodre@hotmail.com)  
Universidade de Brasília

**Resumo.** Este trabalho tem como proposta apresentar as contribuições do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) na formação inicial de estudantes de licenciatura em Matemática da Faculdade Projeção - DF. Procurou-se identificar até que ponto esse projeto tem contribuído para as experiências para a formação profissional e suas possíveis implicações na carreira de licenciados em Matemática. O estudo considerou a literatura de Leite (2008), Polya (1978) e Santos (2015). Os dados indicaram que o programa propicia a criação efetiva de um ambiente propulsor de aprendizagem e de construção de novos conhecimentos, ao possibilitar o ganho de novas experiências, viabilizando o desenvolvimento de novas metodologias estruturais e humanas para a futura prática docente. Sobre as ações desenvolvidas no PIBID, observa-se que essas têm permitido aos estudantes-bolsistas refletirem sobre suas atuações pedagógicas, fazendo compreender-se como parte desse processo e sendo capazes de modificarem e transformarem a realidade de um ambiente escolar. Os resultados indicam que a inclusão de estudantes no real contexto escolar, desde o início de sua formação acadêmica, lhes permitem ações que propiciam a sua formação como futuros professores, numa dinâmica que favorece um exercício de busca de discernimento, a partir da reflexão sobre a ação docente, que realça e compõe sua identidade profissional e o seu papel como educador matemático em construção.

**Palavras-chave:** Formação de professores de Matemática. PIBID. Iniciação à docência.

## Referências

- [1] LEITE, YOSHIE USSAMI FERRARI, GHENDI, EVANDRO, ALMEIDA, MARIA ISABEL DE. *Formação de Professores: caminhos e descaminhos da prática*. Brasília: Liber Livro Editora, (2008).

- [2] POLYA, G. *A arte de resolver problemas*. Rio de Janeiro: Interciência, (1978).
- [3] SANTOS, VALDIR SODRÉ DOS. *Percepções de Docentes de Matemática de Ensino Médio em relação ao Processo de Avaliação da Aprendizagem*. Dissertação de mestrado. Brasília - DF: FE - UnB, (2015).

## Desenvolvimento de conceitos matemáticos: relações entre o aprender e o ensinar

Raimunda de Oliveira (deoliveirarai@hotmail.com)  
Universidade de Brasília

Cristiano Alberto Muniz (cristianoamuniz@gmail.com)  
Universidade de Brasília

**Resumo.** Esta investigação teve como objetivo central analisar o desenvolvimento de conceitos matemáticos como saberes necessários à docência e suas implicações no planejamento pedagógico realizado por professores que ensinam matemática nos anos iniciais. A pedra angular das discussões propostas é que o desenvolvimento de conhecimentos necessários à profissão contribui para a constituição de uma postura mais autônoma frente ao trabalho didático-pedagógico. Para tanto, realizou-se uma pesquisa participante, ancorada na constituição de grupo de estudos, com o foco no desenvolvimento dos conceitos relativos ao número fracionário. O cenário da pesquisa foi uma escola pública do Distrito Federal e os participantes são seis professores, atuantes em turmas de quarto e quinto ano do Ensino Fundamental. Os principais aportes teóricos são: Santos (2010), Shulman (1986, 2005), Silva (2011), Vergnaud (2009, 2014) e Vigotski (2003, 2007). As informações coletadas revelam a importância de se ampliar os estudos, em relação ao ensino de matemática, nos espaços formativos com foco nos conhecimentos de conteúdo (SHULMAN, 1986), e ainda explicitam que a constituição de grupos de estudo no espaço da escola, como espaços formativos, pode contribuir para o desenvolvimento profissional dos professores envolvidos.

**Palavras-chave:** Formação de professores. Conhecimentos necessários para o ensino. Desenvolvimento de conceito matemático.

## Referências

- [1] SANTOS, EDLAMAR OLIVEIRA DOS., *A Formação continuada na rede municipal de ensino do Recife: concepções e práticas de uma política em construção.*, 2010 Tese (Doutorado). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, (2010).
- [2] SHULMAN, L. S., *El saber y entender de la profesión docente.*, *Estudios Públicos*, n. 99, 2005, Santiago-Chile, 2005. p. 195-224.(2005).
- [3] SHULMAN, L. S., *Those who understand: knowledge growth in teaching.*, *Educational Researcher*, v.15, n. 2, 1986. p. 4-14.
- [4] SILVA, KÁTIA AUGUSTA CURADO PINHEIRO CORDEIRO DA., *A Formação de professores na perspectiva crítico-emancipadora.*, Brasília: FE/UNB: Revista Linhas Críticas, v.17, n. 32, p. 12-31, jan/abril. (2011).



- [5] VERGNAUD, GERÁRD., *O que é aprender? In: BITTAR, Marilena; MUNIZ, Cristiano Alberto (Orgs.). A aprendizagem Matemática na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais.*, Curitiba: Editora CRV, (2009).
- [6] VERGNAUD, GERÁRD., *A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar.*, Curitiba: Ed. da UFPR, (2014).
- [7] VIGOTSKI, LIEV SEMENOVICH., *Psicologia Pedagógica.*, Porto Alegre: Artmed, (2003).
- [8] VIGOTSKI, LIEV SEMENOVICH., *Pensamento y habla. Tradução de Alejandro.*, Buenos Aires: Colihue, (2007).

## Mediações docentes desenvolvidas em aulas práticas de matemática: um estudo sobre o caso de um aluno com autismo na EJA

**Rodrigo Rodrigues de Oliveira** (rrdeo2000@hotmail.com)  
Universidade Federal de Goiás

**Sandra Bento de Carvalho** (sandracarvalho.ufg@hotmail.com)  
Universidade Federal de Goiás

**Sônia Regina da Silva Miranda** (e-mail não informado)  
Universidade Federal de Goiás

**Resumo.** O presente trabalho é reflexo das ações desenvolvidas nas disciplinas de Estágio Supervisionado III e IV, do Instituto de Matemática e Estatística, da Universidade Federal de Goiás (IME/UFG). Foi desenvolvido em uma escola municipal inclusiva, da cidade de Goiânia, nas turmas multisseriadas de 3<sup>a</sup> e 4<sup>a</sup> series no Ensino Fundamental I. Teve como objetivo geral: investigar os processos de mediações docentes e as respostas de alunos com deficiência intelectual na Educação de Jovens e Adultos (EJA) em tarefas sobre o conteúdo de tratamento de informações - tabelas e gráficos de barra. Como objetivos específicos, buscou-se: identificar as ações docentes e os recursos didáticos que potencializam aprendizagem de conceitos na área de tratamento da informação e, por último, analisar as respostas dos educandos com DI em tarefas de matemática no contexto da EJA. A pesquisa passou por duas observações participantes e duas intervenções pedagógicas. A pesquisa-ação foi o método de pesquisa utilizado e os instrumentos para a coleta de dados foram: entrevista com a professora supervisora, diário de campo, atividades desenvolvidas pelos educandos e memória narrativa dos estagiários. Uma das conclusões a que chegamos foi que os processos de mediações docentes, desenvolvidos pelos estagiários com um educando autista, desencadearam níveis crescentes de comunicação interpessoal, desenvolvimento e autonomia na realização de tarefas matemáticas.

**Palavras-chave:** Estágio. Matemática. Educação especial. Inclusão.

## Referências

- [1] REVISTA EDUCAÇÃO. História da pedagogia. vol. 2 - Ed. Segmento - ISSN 1415-5486 - agosto - 2010.

- [2] REVISTA LER & SABER Autismo - Ano 2, nº 3 - Ed. Alto Astral – 2016
- [3] VYGOTSKY, L. S. A formação social da mente. Ed. Fontes - São Paulo - SP - 4ª edição - 1991.
- [4] FREIRE, PAULO. Educação como prática da liberdade. 8ª ed., Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1978.
- [5] VASCONCELOS. Planejamento: Projeto de Ensino-Aprendizagem e Projeto Político-Pedagógico - elementos metodológicos para elaboração e realização, 7ª Ed. - São Paulo - Libertad - 2000.

## Princípios base e modelos de aprendizagem baseada em projetos interdisciplinares (PBL)

Rui M. Lima e Diana Mesquita (rml@dps.uminho.pt)  
Universidade do Minho

**Resumo.** O Processo de Bolonha veio reconfigurar a abordagem curricular do Ensino Superior na Europa, ao colocar o aluno no centro do processo de ensino-aprendizagem, atribuindo-lhe maior autonomia. Neste contexto, possibilitou a introdução de estratégias de aprendizagem ativa (CHRISTIE; DE GRAAFF, 2017; LIMA; ANDERSSON; SAALMAN, 2017), capazes de aumentar a motivação dos alunos e o desenvolvimento de competências técnicas e transversais. Entre estas estratégias podem destacar-se as seguintes: aprendizagem Baseada em Problemas (PBL – Problem-Based Learning) (GRAAFF; KOLMOS, 2003; PERRENET; BOUHUIJS; SMITS, 2000), aprendizagem Baseada em Projetos (PBL – Project-Based Learning) (EDSTRÖM; KOLMOS, 2014; HELLE; TYNJÄLÄ; OLKINUORA, 2006; POWELL; WEENK, 2003), Sala de aula invertida (LUCKE; DUNN; CHRISTIE, 2017), Jogos de aprendizagem (DESHPANDE; HUANG, 2011). Na Engenharia tem sido relevante a aplicação de projetos como meio de aprendizagem. Projetos individuais ou em grupo, com maior ou menor grau de interdisciplinaridade têm vindo a ser aplicados ao longo da história da Educação em Engenharia. Nos últimos anos, tem sido dada particular atenção aos projetos em equipe com elevados requisitos de interdisciplinaridade. Esta aposta justifica-se pelas potencialidades das abordagens baseadas em PBL: a) sendo projetos abertos, sem uma solução previamente definida, as equipas de alunos têm de ir tomando decisões ao longo do processo; b) sendo projetos interdisciplinares, contempla a integração de várias áreas de conhecimento (e.g. Química, Programação, Matemática), tornando a aprendizagem dos alunos mais significativa; c) sendo projetos com temáticas que permitem uma aproximação à realidade profissional, a articulação entre a teoria e a prática torna-se mais evidente. A implementação dos projetos de aprendizagem interdisciplinares surge no Mestrado Integrado em Engenharia e Gestão Industrial em 2004/05 no contexto do desenvolvimento de experiências inovadoras de preparação para a adequação do curso aos desafios propostos pelo Processo de Bolonha (CARVALHO; LIMA, 2006; LIMA; DINIS-CARVALHO; FLORES; HATTUM-JANSSEN, 2007). Atualmente assumem um lugar de destaque na estrutura curricular do Mestrado Integrado em Engenharia e Gestão Industrial, decorrente do trabalho desenvolvido por um conjunto de professores que trabalham num ambiente colaborativo e de alunos que se comprometem com a concretização dos projetos e o reconhecem com uma mais-valia na formação inicial (FERNANDES; MESQUITA; FLORES; LIMA, 2014; MESQUITA; LIMA; FLORES, 2013). Esta comunicação tem por objetivo a divulgação e disseminação do impacto da implementação da aprendizagem baseada em projetos

interdisciplinares (“Project Based Learning”) no Mestrado Integrado em Engenharia e Gestão Industrial, da Universidade do Minho. Procura-se documentar o trabalho desenvolvido em 12 anos de implementação e potenciar a sua difusão a outros contextos de educação, visando fomentar processos inovadores de ensino e aprendizagem, assentes nos princípios da interdisciplinaridade e articulação entre a formação inicial e a prática profissional. Adicionalmente, algumas considerações serão colocadas, no sentido de promover uma reflexão crítica sobre como a Aprendizagem Baseada em Projetos Interdisciplinares pode ser implementada em diferentes contextos, áreas de conhecimento e níveis de ensino.

## Referências

- [1] CARVALHO, D., & LIMA, R. M. (2006). *Organização de um Processo de Aprendizagem Baseado em Projectos Interdisciplinares em Engenharia*. Paper presented at the XXXIV Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia (COBENGE’2006) (pp. 1475-1488), Passo Fundo, Rio Grande do Sul, Brasil.
- [2] CHRISTIE, M., & DE GRAAFF, E. (2017). *The philosophical and pedagogical underpinnings of Active Learning*. in Engineering Education. European Journal of Engineering Education, 42(1), 5-16. doi:10.1080/03043797.2016.1254160
- [3] DESHPANDE, A. A., & HUANG, S. H. (2011). *Simulation games in engineering education: A state-of-the-art review*. Simulation games in engineering education: A state-of-the-art review.
- [4] EDSTRÖM, K., & KOLMOS, A. (2014) *PBL and CDIO: complementary models for engineering education development*. European Journal of Engineering Education, 39(5), 539-555. doi:10.1080/03043797.2014.895703
- [5] FERNANDES, S., MESQUITA, D., FLORES, M. A., & LIMA, R. M. (2014). *Engaging students in learning: findings from a study of project-led education*. European Journal of Engineering Education, 39(1), 55-67. doi:10.1080/03043797.2013.833170
- [6] GRAAFF, E. D., & KOLMOS, A. (2003). *Project-Based Learning in Post-Secondary Education - Theory, Practice and Rubber Sling Shots*. Higher Education, 51(2), 287-314.
- [7] HELLE, L., TYNJÄLÄ, P., & OLKINUORA, E. (2006). *Organização de um Processo de Aprendizagem Baseado em Projectos Interdisciplinares em Engenharia*. Paper presented at the XXIV Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia (COBENGE’2006) (pp. 1475-1488), Passo Fundo, Rio Grande do Sul, Brasil.
- [8] LIMA, R. M., ANDERSSON, P. H., & SAALMAN, E. (2017). *Active Learning in Engineering Education: a (re)introduction*. European Journal of Engineering Education, 42(1), 1-4. doi:10.1080/03043797.2016.1254161
- [9] LIMA, R. M., DINIS-CARVALHO, J., FLORES, M. A., & HATTUM-JANSSEN, N. V. (2007). *A case study on project led education in engineering: students’ and teachers’ perceptions*. European Journal of Engineering Education, 32(3), 337 - 347.
- [10] LUCKE, T., DUNN, P. K., & CHRISTIE, M. (2017). *Activating learning in engineering education using ICT and the concept of ‘Flipping the classroom’*. European Journal of Engineering Education, 42(1), 45-57. doi:10.1080/03043797.2016.1201460

- [11] MESQUITA, D., LIMA, R. M., & FLORES, M. A. (2013, 8-9 JULY 2013). *Developing professional competencies through projects in interaction with companies: A study in Industrial Engineering and Management Master Degree*. Paper presented at the Fifth International Symposium on Project Approaches in Engineering Education (PAEE'2013): Closing the Gap between University and Industry (pp. [1-7]ID103), Eindhoven, The Netherlands.
- [12] PERRENET, J. C., BOUHUIJS, P. A. J., & SMITS, J. G. M. M. (2000). *The Suitability of Problem-based Learning for Engineering Education: Theory and practice*. *Teaching in Higher Education*, 5(3), 345-358. doi:10.1080/713699144
- [13] POWELL, P. C., & WEENK, W. (2003). *Project-Led Engineering Education*. Utrecht: Lemma.

## Oficina de implementação de processos de aprendizagem baseada em projetos (PBL)

Rui M. Lima e Diana Mesquita (rml@dps.uminho.pt)  
Universidade do Minho

**Resumo.** Com esta oficina pretende-se explorar as dimensões relacionadas com a Aprendizagem Baseada em Projetos Interdisciplinares (“Project Based Learning” - PBL). A base conceitual para esta oficina será uma palestra apresentada previamente e, neste contexto, 30 professores, durante 3 horas e meia, terão a oportunidade de consolidar os princípios do PBL através de uma abordagem prática e interativa. A oficina terá como objetivo principal despertar os professores para o processo PBL e deixar uma semente que possa vir a crescer nas suas instituições. Por essa razão, as atividades foram planeadas de forma indutiva, em que se encontra prevista uma grande intensidade de trabalho ativo e autónomo que terá duas fases: conceitos básicos e planeamento de um processo PBL baseado num tema transversal (grupo dividido em 4 ou 5 equipas); outras dimensões sobre o PBL e reformulação e melhoria da proposta. Esta oficina vai exigir trabalho em equipas de 6 a 8 docentes. Os trabalhos serão desenvolvidos em sala com espaços de trabalho adequado para comportar todas as equipas. O material necessário será projetor de vídeo, folhas de flip chart, fita crepe, post its e marcadores de várias cores para cada equipa. Pretende-se que os participantes desenvolvam competências de projeto, de colaboração docente e de planeamento introdutório de processos de aprendizagem baseados em projectos interdisciplinares (LIMA et al., 2011). A oficina será, portanto, centrada em atividades realizadas pelos próprios participantes que visam à construção e apresentação de uma proposta de projeto de aprendizagem PBL de acordo com o trabalho desenvolvido, em que os participantes, em equipa, analisam, discutem e refletem sobre um processo colaborativo como forma de iniciar e planejar um projeto.

## Referências

- [1] LIMA, R. M., CARVALHO, D., SOUSA, R. M., ALVES, A., MOREIRA, F., MESQUITA, D., & FERNANDES, S. (2011). *Estrutura de Gestão para Planeamento e Execução de Projetos Interdisciplinares de Aprendizagem em Engenharia*. In L. C. d. Campos, E. A. T. Dirani, & A. L. Manrique (Eds.), *Educação em Engenharia: Novas Abordagens* (pp. 87-121). São Paulo, Brasil: EDUC – Editora da PUC-SP.

## O PEPG em educação matemática da PUC/SP: histórico e panorama atual

Saddo Ag Almouloud (saddoag@gmail.com)  
Pontifícia Universidade Católica, São Paulo

**Resumo.** As pesquisas em Educação Matemática têm sua origem no fracasso da reforma da Matemática Moderna dos anos de 1970. As primeiras pesquisas tiveram como base de apoio essencialmente as teorias psicológicas de Piaget. As pesquisas feitas em muitos países e no Brasil, a partir dos anos 1980, tiveram como foco principal o ensino e a aprendizagem de matemática. Os resultados alcançados demonstram avanços importantes na identificação e na compreensão dos fenômenos que interferem nos processos de ensino e de aprendizagem dos conceitos matemáticos. Além disso, esses resultados colaboram na constituição da Educação Matemática como área de investigação que tem suas especificidades no que diz respeito aos objetos de investigação. A complexidade das questões estudadas nesta área exige a interlocução interdisciplinar que envolve a Matemática, a Psicologia, a Sociologia, a História da Matemática, a Linguística, a Epistemologia, a Filosofia, a Antropologia e a Informática Aplicada à Educação. A ênfase dada à compreensão dos fenômenos de ensino e de aprendizagem trouxe à tona a necessidade urgente de formação de especialistas e pesquisadores na área de Educação Matemática. Esta necessidade levou à criação de programas de pós-graduação em Educação, e mais especificamente em Educação Matemática. Esses programas vêm sendo incentivados e apoiados pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). É esse cenário nacional e internacional que motivou a criação do Programa de Estudos – Pós-graduados em Educação Matemática da PUC/SP. O objetivo de nossa palestra é fazer um histórico do Programa de Estudos Pós-graduados em Educação da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Apresentaremos, também, os fundamentos norteadores de sua implementação, os objetivos dos cursos de Mestrado Acadêmico e de Doutorado em Educação Matemática que o compõem, suas linhas de pesquisa e grupos de pesquisa, entre outros aspectos.

### Referências

- [1] CAPES. *Seminário para além da academia – A pós-graduação contribuindo para a sociedade CAPES, março/abril de 2005.* Disponível em: <http://www.capes.gov.br/capes/portal/conteudo/APCN%20MP%2020052.pdf> (acessado em 22/10/2005 às 21 horas).
- [2] PROGRAMA DE ESTUDOS PÓS-GRADUADOS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. *Projeto de criação do curso de Doutorado e de Mestrado Profissional.* Disponível em: [www.pucsp.br/pos/edmat/](http://www.pucsp.br/pos/edmat/)

### Didática da matemática: fundamentos teóricos e perspectivas

Saddo Ag Almouloud (saddoag@gmail.com)  
Pontifícia Universidade Católica, São Paulo

**Resumo.** Os fatores que interferem no ensino e na aprendizagem da matemática têm despertado o interesse de vários pesquisadores da área de Educação Matemática. As pesquisas desenvolvidas

seguiram diferentes direções. A Didática da Matemática é uma das direções que surgiu nesse cenário. A Didática da Matemática, que se desenvolveu na França a partir dos anos de 1970, no contexto marcado pela reforma da Matemática Moderna, pela criação dos IREMs (Instituto de Pesquisa sobre Ensino da Matemática), e pelo sucesso das teorias psicológicas de Piaget sobre o desenvolvimento da inteligência e a aquisição de conceitos fundamentais, insistiu, em primeiro lugar, sobre os problemas de ensino de conceitos matemáticos em razão das exigências próprias ao saber matemático. Propomos apresentar, de forma sucinta, uma parte da contribuição teórica da Didática da Matemática para a compreensão dos processos de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos. Os avanços das pesquisas em Didática da Matemática conduziram em pensar na constituição de uma área científica que investiga os processos de ensino e de aprendizagem de conceitos matemáticos. Partindo desse princípio, a Didática da Matemática é entendida como a ciência da educação que estuda situações que visam à aquisição de conhecimentos pelos alunos, estudantes ou adultos em formação, tanto do ponto de vista das características dessas situações como da aprendizagem que elas possibilitam. Ela estuda também as condições que favorecem a aquisição de conceitos matemáticos pelos alunos. Em nosso minicurso, focaremos essencialmente a Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Brousseau e a Teoria Antropológica do Didático (TAD), cujo alcance vai além do estudo de fenômenos relacionados à construção de conceitos matemáticos por alunos. Além disso, analisaremos algumas situações nos apoiando em alguns construtos teóricos dessas duas teorias, articulando-as com a Dialética Ferramenta-Objeto e jogos de quadros (Régine Douady), a noção de Contrato Didático (Guy Brousseau) e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (Raymond Duval), entre outras teorias.

## Referências

- [1] BROUSSEAU, G. La Théorie des Situations Didactiques – Le Cours De Montreal, 1997(Guy Brousseau in <http://guy-brousseau.com/1694/la-theorie-des-situations-didactiques-le-cours-de-montreal-1997/>, acessado em 10 de fevereiro de 2014).
- [2] BROUSSEAU, G. Fondements et méthodes de la Didactique des Mathématiques. Recherches en Didactique des Mathématiques, Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, p.33-115, v.7, n.2, 1986.
- [3] CHEVALLARD, Y. Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: L’approche anthropologique. Recherches en Didactique des Mathématiques, v. 19, n° 2, p. 221-266. Grenoble, France: La Pensée Sauvage, 1999.
- [4] DUVAL, R. Sémiotique et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels. Berna: Peter Lang, 1995.
- [5] DOUADY, R. Ingénierie didactique et évolution du rapport au savoir. Une chronique en calcul mental, un projet en algèbre à l’articulation collègeseconde. Repères IREM n° 15, avril 1994, Topiques Éditions.
- [6] DOUADY, R. L’ingénierie didactique: un moyen pour l’enseignant d’organiser les rapports entre l’enseignement et l’apprentissage. Cahier DIDIREM, Université de Paris VII, 1993. v.191.

## Educação matemática + inclusão: como você resolve professor?

Solange Hassan Ahmad Ali Fernandes (solangehf@gmail.com)

---

Centro Universitário Anhanguera de Niterói

**Resumo.** Políticas públicas e movimentos oriundos da sociedade têm promovido o aumento das matrículas dos alunos, que são público alvo da educação especial nas escolas regulares. Tal fato torna crucial compreendermos como a construção do conhecimento é mediada por diferentes meios de acesso aos sistemas sensoriais do corpo humano. Nessa apresentação, pretendo refletir sobre os desafios de curto e de longo prazo que, ainda, como educadores, precisamos enfrentar para construir uma matemática escolar mais inclusiva. Ao abordar temas que envolvem necessidades educacionais especiais, o foco daqueles que atuam no cenário educacional não deve ser as dificuldades específicas dos educandos, mas suas potencialidades. Desse modo, a questão norteadora de nossas discussões será: Como os educadores podem explorar as potencialidades dos seus alunos respeitando a diversidade de cada indivíduo? Durante a apresentação, compartilharei alguns resultados de pesquisas realizadas sob uma perspectiva colaborativa, na qual pesquisadores, professores e alunos buscam caminhos para uma matemática escolar que respeite as particularidades dos alunos. Apresentarei alguns de nossos ensaios na criação de cenários de aprendizagem matemática inclusivos, dos quais faz parte uma variedade de objetos matemáticos que exploram experiências sensoriais (visuais, sonoras e táteis). Tais experiências são viáveis graças ao desenvolvimento de ferramentas (materiais, tecnológicas e/ou semióticas) que oferecem diferentes formas de ouvir, sentir, ver e expressar a matemática para envolver os alunos que podem ter dificuldade com o fazer matemática convencional. Ensinar requer também a promoção de oportunidades para que o aprendiz possa fazer uso da matemática embutida em sua vida. Para isso, o professor precisa sentir-se preparado para trabalhar com todos os alunos, incluindo aqueles que anteriormente estavam em escolas especializadas, um processo que requer a ressignificação de suas crenças pedagógicas e epistemológicas. Finalmente, é preciso olhar para além da sala de aula e dos atores que participam de cenários de aprendizagem específicos, focando algumas das estruturas educacionais, tais como o currículo e a avaliação, que acabam condicionando o que acontece nas salas de aula. Isso porque incluir não é “juntar” em um mesmo espaço físico. Antes de tudo, incluir é uma atitude.

## Referências

- [1] FERNANDES, S. H. A. A.; HEALY, L. *Algebraic expressions of deaf students: connecting visuo-gestural and dynamic digital representations*. In: 38th Conference the International Group for the Psychology of Education and the 36th Conference of the North American Chapter of the Psychology of Mathematics Education, 2014, Vancouver. Proceedings... Vancouver: PME, v. 3. p. 49-56, 2014.
- [2] FERNANDES, S. H. A. A.; HEALY, L. Cenários multimodais para uma Matemática Escolar Inclusiva: Dois exemplos da nossa pesquisa. In: XIV CIAEM Conferencia Interamericana de Educación Matemática, 2015, Tuxtla Gutiérrez. Anais... Conferencia Interamericana de Educación Matemática. Chiapas: Editora do CIAEM, v. 1. p. 1-12, 2015.
- [3] FERNANDES, S. H. A. A.; HEALY, L. The challenger of constructing na inclusive school mathematics. In: 13th International Congress on Mathematical Education – ICME, 2016. Hamburgo. Proceedings... Hamburgo. ICME, 2016.
- [4] NARDI, E.; HEALY, L.; BIZA, I.; FERNANDES, S. H. A. A. Challenging ableist perspectives on the teaching of mathematics through situation-specific tasks. In: 40th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 2016, Szeged. Proceedings... Szeged: International Group for the Psychology of Mathematics Education, v. 3. p. 347-354, 2016.

## Resultados brasileiros em matemática no PISA 2015: possíveis motivos para o baixo desempenho

Tânia Schmitt (tania@mat.unb.br)  
Universidade de Brasília

**Resumo.** O PISA - Programa Internacional de Avaliação de Estudantes, é uma avaliação trienal de estudantes entre 15 anos e três meses e 16 anos e 2 meses, coordenada mundialmente pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico – OCDE. Dela participam estudantes dos países membros da OCDE e países parceiros convidados, entre eles o Brasil. O desempenho dos estudantes brasileiros no PISA tem sido inferior ao de estudantes da maioria dos países membros da OCDE, e é também inferior ao desempenho de estudantes de países latino-americanos. Este artigo, que se originou da parceria com pesquisadores da Diretoria de Avaliação do Ensino Básico do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – DAEB/INEP, para a elaboração da parte relacionada à área de Matemática do documento Brasil no PISA 2015 – Análises e reflexões sobre o desempenho dos estudantes brasileiros, busca determinar motivos para esse baixo desempenho, observando características de itens considerados pontos fortes e pontos fracos de nossos estudantes (em relação a alguns países da OCDE e a alguns países latino-americanos), itens deixados em branco pelos brasileiros, e uma possível relação entre a matriz do PISA e do exame brasileiro de larga escala que lhe é mais próximo – a Prova Brasil (9º ano).

**Palavras-chave:** Escala de proficiência. Matriz de Referência. Letramento em Matemática.

## Referências

- [1] BRASIL. INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA, *O que é o SAEB*. Disponível em <http://portal.inep.gov.br/saeb>
- [2] BRASIL. INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA, *Brasil no PISA 2015 - Análises e reflexões sobre o desempenho dos estudantes brasileiros*. Disponível em [http://download.inep.gov.br/acoes\\_internacionais/pisa/resultados/2015/pisa2015\\_completo\\_final\\_baixa.pdf](http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/resultados/2015/pisa2015_completo_final_baixa.pdf)
- [3] BRASIL. INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA, *Matriz de avaliação de Matemática - PISA 2012*. Disponível em [http://download.inep.gov.br/acoes\\_internacionais/pisa/marcos\\_referenciais/2013/matriz\\_avaliacao\\_matematica.pdf](http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/marcos_referenciais/2013/matriz_avaliacao_matematica.pdf)

## Contribuições dos jogos na construção de conceitos matemáticos

Thiago Henrique Santos Torres (thiagohst@gmail.com)  
Universidade de Brasília

Raimundo de Araújo Bastos Júnior (e-mail não informado)  
Universidade de Brasília



**Resumo.** Este trabalho trata, de forma lúdica, conceitos matemáticos na educação básica com ênfase em jogos de natureza combinatória. São analisadas e propostas atividades a respeito dos conceitos matemáticos envolvidos em jogos de tabuleiro, em especial os chamados jogos com palitos, como, por exemplo, o Jogo do NIM. O objetivo é abordar, com maior empatia, conceitos matemáticos como divisibilidade, sistema numérico em base decimal e em base binária, entre outros tantos conceitos envolvidos na aritmética e, assim, contribuir para a divulgação e a disseminação de jogos combinatórios como ferramenta pedagógica na educação básica.

**Palavras-chave:** Jogos combinatórios. Matemática. Jogo do NIM.

## Referências

- [1] FOMIN, D.; GENKIN, S.; ITENBERG, I. *Círculos Matemáticos: Tradução de Valéria Guimarães Iório.*, Rio de Janeiro: IMPA, (2012).
- [2] GRANDO, R. C. *O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula. 2000. 239f.* Dissertação de Doutorado - Universidade Estadual de Campinas, Campinas-SP, (2000).
- [3] HELLMEISTER, A. C. P. *O Jogo do Nim: um problema de divisão.* Revista do Professor de Matemática: Sociedade Brasileira de Matemática, Rio de Janeiro, ( ) , n. 59, p.36-37, ( )/2006. Mensal.
- [4] LIMA, J. M. *O jogo como recurso pedagógico no contexto educacional.* São Paulo: Cultura Acadêmica: Universidade Estadual Paulista, Pró-Reitoria de Graduação, (2008).
- [5] TEIXEIRA, R. C.. *Jogos Combinatórios e Números Surreais.* In: 2º Colóquio da Região Sudeste, 2, 2013, São Carlos-SP, Livros do Colóquio, Departamento de Matemática Aplicada da Universidade Federal Fluminense, 2013. p. 41.

## A matemática na educação infantil: o uso dos jogos de reflexão pura

**Virginia Perpetuo Guimarães Pin** (virginia.perg@gmail.com)

Faculdade de Educação  
Universidade de Brasília

**Antônio Villar Marques de Sá** (villar@unb.br)

Faculdade de Educação  
Universidade de Brasília

**Resumo.** O ambiente escolar deve ser acolhedor, interessante e provocativo. Uma forma de estimular a aprendizagem matemática e o raciocínio dos alunos da educação infantil e despertar o seu interesse pela aprendizagem é utilizando instrumentos lúdicos, e em especial os jogos. Os Jogos de Reflexão Pura são um tipo de jogo de estratégia construído sobre bases matemáticas, mas que não apresentam um conteúdo matemático específico e oferecem diferentes situações e possibilidades que estimulam o pensamento e o raciocínio. Estes jogos são capazes de estimular as bases necessárias para a aprendizagem matemática da criança. Desta forma, esta pesquisa teve como objetivo compreender

o os Jogos de Reflexão Pura na aprendizagem matemática da educação infantil. Esta pesquisa foi realizada com alunos do 2º período da educação infantil e sua base foi o desenvolvimento de jogos, observando a relação dos alunos com eles e como isto influencia a sua aprendizagem matemática. Para isso, foram utilizados os Jogos de Reflexão Pura: Jogo da Velha, Jogo da Memória, Cara a Cara, Mancala e Pontinhos. Este trabalho apresenta o conceito de Jogos de Reflexão Pura com base nos estudos de Muniz (2010), Spada (2009) e Mezzaroba (2010). Também foram trabalhados os conceitos de ludicidade e aprendizagem matemática. Foram utilizados como referências principais os autores Piaget (1974, 1979, 1983, 1990, 2015), Kishimoto (2000), Macedo, Petty, Passos (2005), Huizinga (2007), Nunes e Bryant (1997), Muniz (2010) e Kamii (2012), dentre outros. Ao final da pesquisa, observaram-se diferentes habilidades matemáticas desenvolvidas a partir dos Jogos de Reflexão Pura, concluindo que estes podem contribuir para esta aprendizagem na educação infantil de maneira lúdica.

**Palavras-chave:** Ludicidade. Aprendizagem. Jogos. Matemática. Educação infantil.

## Referências

- [1] KISHIMOTO, TIZUKO MORCHIDA (ORG.). *Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação*. 4. ed. São Paulo: Cortez, (2000).
- [2] LORENZATO, SERGIO. *Educação infantil e percepção matemática*. 3. ed. São Paulo: Autores Associados, (2011).
- [3] MACEDO, LINO DE; PETTY, ANA LÚCIA SÍCOLI; PASSOS, NORIMAR CHRISTE. *Os jogos: o lúdico na aprendizagem escolar*. Porto Alegre: Artmed, (2005).
- [4] MUNIZ, CRISTIANO ALBERTO. *Brincar e jogar: enlaces teóricos e metodológicos no campo da educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, (2010).
- [5] PIAGET, JEAN. *A formação do símbolo na criança: imitação, jogo e sonho, imagem e representação*. 3. ed. Rio de Janeiro: LTC, (1990).

## A geometria analítica como um modelo para a geometria euclidiana.

**Welington Fernandes de Sousa** (wfsousa.matematica@gmail.com)  
Universidade de Brasília

**Nilton Moura Barroso Neto** (e-mail não informado)  
Universidade de Brasília

**Resumo.** No capítulo 1, falaremos sobre a Geometria Euclidiana do ponto de vista axiomático. Consideraremos, no início, a forma como Euclides de Alexandria a concebeu no quinto século antes de Cristo, dissertando sobre seus fundamentos (axiomas, noções comuns, definições), primeiros teoremas e as falhas lógicas. Depois falaremos sobre o sistema axiomático elaborado pelo matemático alemão David Hilbert (1862-1943) em seu famoso trabalho *Grundlagen der Geometrie* de 1899, como as falhas de Euclides foram corrigidas e primeiros teoremas. Citaremos o axioma de intersecção de

círculos e o axioma de Dedekind. No capítulo 2, iniciaremos o caminho que nos permitirá demonstrar que a geometria Analítica é um modelo para a Geometria Euclidiana. Veremos que os axiomas de incidência, das paralelas, de Arquimedes, de congruência de segmentos, congruência de ângulos e de interposição podem ser demonstrados como teorema nesse modelo. Definiremos corpo  $F$ , corpo ordenado, característica de um corpo e principais propriedades. Em seguida definiremos plano cartesiano  $F^2 = F \times F$  e definições de ponto, reta, retas paralelas, etc. No capítulo seguinte, verificaremos como os demais axiomas do plano de Euclides, a saber, axioma LAL e axioma de intersecção de círculos, podem ser demonstrados como teoremas da Geometria Analítica. Com isso, concluímos nosso trabalho, mostrando que a geometria analítica é um modelo para o plano Euclidiano. Caso necessário, incluiremos um capítulo 4 com atividades propostas sobre o assunto discutido neste trabalho.

**Palavras-chave:** Geometria analítica; Geometria euclidiana.

## Referências

- [1] CHARTIER, ROGER. A História Cultural: entre práticas e representações. 2. ed. Tradução de Maria Manuela Galhardo. Portugal: DIFEL Difusão Editorial S.A, 2002.
- [2] JULIA, DOMINIQUE. A cultura escolar como objeto histórico. Revista Brasileira de História da Educação, Campinas, n. 1, p. 9-44, 2001.
- [3] LE GOFF, Jacques. História e memória. 5. ed. Tradução Bernardo Leitão et al. Campinas: Editora da Unicamp, 2003.

## Jogos digitais adaptados para estudantes com deficiência visual: jogos matemáticos no Dosvox

**Wesley Pereira da Silva** (wesleynh3@gmail.com)  
Faculdade de Educação  
Universidade de Brasília

**Antônio Villar Marques de Sá** (villar@unb.br)  
Faculdade de Educação  
Universidade de Brasília

**Resumo.** Esta investigação teve como objetivo o estudo dos jogos digitais adaptados para estudantes com deficiência visual. Dentro da infinidade de tipos de jogos que encontramos, o jogo digital é o que mais ascendeu, nos últimos anos, principalmente entre os jovens. Hoje, vários jogos digitais foram adaptados e novos jogos digitais adaptados foram criados para que a pessoa com deficiência visual possa utilizar essa ferramenta lúdica. Os principais aportes teóricos foram: Borges (2009), Huizinga (1938/2014), Lent (2004), Matlin (2004) e Ramos (2013). A pesquisa consistiu no estudo da interação entre o estudante e os jogos digitais adaptados presentes no sistema Dosvox e no programa Jogavox. Os participantes da pesquisa foram seis alunos com deficiência visual, do terceiro ano do Ensino Médio, da rede pública de ensino do Distrito Federal. Três dos estudantes tinham baixa-visão e três tinham cegueira total. Como instrumentos de pesquisa, utilizamos a entrevista semi-estruturada, o diário de bordo e gravações da tela do computador e dos rostos dos participantes da pesquisa com o software Camtasia Studio. As informações coletadas foram agrupadas e organizadas

em categorias. Os jogos de raciocínio lógico foram evidenciados na fala dos estudantes. Jogos como o Nimvox (o jogo dos palitinhos), o jogo do Cassino (alto ou baixo), Aterrissagem Lunar e o jogo O Casamento da Princesa Nuriar foram considerados como jogos que auxiliam no desenvolvimento do raciocínio lógico. As informações coletadas revelam que os jogos podem favorecer o desenvolvimento do raciocínio lógico, apesar de não ser o objetivo principal da ferramenta lúdica em questão.

**Palavras-chave:** Deficiência visual. Dosvox. Jogavox. Jogo digital. Jogos de raciocínio lógico.

## Referências

- [1] BORGES, JOSÉ ANTÔNIO DOS SANTOS. *Do Braille ao Dosvox - diferenças nas vidas dos cegos brasileiros*. Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2009. XVI, 327 p.: il.; Tese (doutorado) - UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia de Sistemas e Computação, (2009).
- [2] HUIZINGA, J. *Homo ludens: o jogo como elemento da cultura*. Trad.: João Paulo Monteiro. Brasília: 8. ed. São Paulo: Perspectiva, [1938], (2014).
- [3] LENT, ROBERTO. *Cem bilhões de neurônios: conceitos fundamentais de neurociência*. Ed. rev. e atual. São Paulo: Atheneu, (2004).
- [4] MATLIN, MARGARET. W. *Psicologia cognitiva*. 5. ed Rio de Janeiro (RJ): LTC, (2004).
- [5] MUNIZ, CRISTIANO ALBERTO. *Brincar e jogar: enlaces teóricos e metodológicos no campo da educação matemática*. 2 ed. Autêntica: Belo Horizonte, (2014).
- [6] RAMOS, DANIELA KARINE. *Jogos cognitivos eletrônicos: contribuições à aprendizagem no contexto escolar*. Ciências & Cognição, Rio de Janeiro, v. 18, n. 1, p. 19-32, (2013a).
- [7] SILVA, WESLEY PEREIRA DA. *Jogo digital no contexto educacional: aportes para pessoas com deficiência visual*. In: Antônio Villar Marques de Sá; Luiz Nolasco de Rezende Júnior; Simão de Miranda. (Org.). *Ludicidade: desafios e perspectivas em educação*. 1ed. Jundiaí: Paco, 2016, v., p. 93-120.

# Geometria

## Classes de superfícies Weingarten em $S^2 \times R$

Armando Mauro Vasquez Corro (corro@ufg.br)

Departamento de Matemática

Universidade Federal de Goiás

**Resumo.** Apresentamos o modelo conforme de  $S^2 \times R$  e obtemos representações de Weierstrass de duas classes de superfícies Weingarten em  $S^2 \times R$ , que satisfazem relações entre as curvaturas média, a curvatura extrínseca e a curvatura Gaussiana.

## Equações evolutivas da segunda ordem que descrevem superfícies pseudo-esféricas

Diego Catalano Ferraioli (diego.catalano@ufba.br)

Departamento de Matemática

Universidade Federal da Bahia

**Resumo.** Será apresentada uma classificação das equações evolutivas de segunda ordem que descrevem superfícies pseudo-esféricas. Além disso, será discutido o problema de existência de imersões isométricas locais das superfícies pseudo-esféricas descritas pelas soluções genéricas dessas equações.

## Referências

- [1] D. CATALANO FERRAIOLI AND L. A. DE OLIVEIRA SILVA, *Second order evolution equations which describe pseudospherical surfaces*, J. Differential equations 260 (11) (2016) 807-8108.
- [2] D. CATALANO FERRAIOLI AND L. A. DE OLIVEIRA SILVA, *Local isometric immersions of pseudospherical surfaces described by evolution equations in conservation law form*, J. Math. Anal. Appl. 446 (2017) 1606-1631.

## Subvariedades biconservativas em $S^n \times \mathbb{R}$

Fernando Manfio (manfio@icmc.usp.br)

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação

Universidade de São Paulo, São Carlos

**Resumo.** Nesta palestra daremos uma breve introdução sobre o conceito de subvariedades biconservativas. Apresentaremos condições necessárias e suficientes para uma subvariedade em  $S^n \times \mathbb{R}$  ser biconservativa. Em particular, apresentaremos uma classificação daquelas que tem codimensão 2 e vetor curvatura média paralela em  $S^4 \times \mathbb{R}$ .

Este é um trabalho conjunto com *N. C. Turgay* e *A. Upadhyay*.

## Referências

- [1] F. MANFIO, N. C. TURDAY, A. UPADHYAY, *Biconservative submanifolds in  $S^n \times \mathbb{R}$  and  $H^n \times \mathbb{R}$* , preprint.

## Ricci soliton gradiente com estrutura de produto torcido

**Romildo Pina** (romildo@ufg.br)  
Departamento de Matemática  
Universidade Federal de Goiás

**Resumo.** Nesta palestra vamos construir uma família de Ricci soliton gradiente steady, com estrutura de produto torcido.

## Imersões isométricas de formas espaciais em $S^{m+1} \times \mathbb{R}$

**Samuel Canevari** (samuel@mat.ufs.br)  
Departamento de Matemática  
Universidade Federal de Sergipe

**Resumo.** Será apresentada uma classificação das imersões isométricas  $f : M_c^m \rightarrow S^{m+1} \times \mathbb{R}$  com  $m \geq 4$  e  $c \leq 1$ , em que  $M_c^m$  denota uma variedade Riemanniana com curvatura seccional constante  $c$  e dimensão  $m$ .

Trabalho em conjunto com *Ruy Tojeiro*.

## Referências

- [1] CANEVARI, S. AND TOJEIRO, R., *Isometric immersions of space forms into  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$* , In preparation.

# Matemática Aplicada

## Dinâmica de Fluidos

### Cálculo da viscosidade rotacional de fluidos magnéticos em cisalhamento simples usando dinâmica browniana

**Adriano Possebon Rosa** ([possebon.adriano@gmail.com](mailto:possebon.adriano@gmail.com))  
Departamento de Engenharia Mecânica  
Universidade de Brasília

**Resumo.** Neste trabalho é investigado o aumento da viscosidade em um fluido magnético sujeito a um campo magnético externo. São observadas as influências da intensidade do campo magnético, da taxa de cisalhamento e da interação dipolar nesse aumento. Para baixas taxas de cisalhamento nota-se um aumento significativo da viscosidade quando há interação dipolar devido formação de cadeias de partículas na direção do campo. Essas cadeias são quebradas quando maiores taxas de cisalhamento são impostas.

### Referências

- [1] P. LLG, M. KROGER, S. HESS, *Magnetoviscosity of semidilute ferrofluids and the role of dipolar interactions: comparison of molecular simulations and dynamical mean-field theory*, Physical Review E 71 (2005) 031205.
- [2] R. E. ROSENSWEIG, *Ferrohydrodynamics*, Cambridge University Press, Cambridge, 1985.
- [3] S. ODENBACH, *Magnetoviscous Effects in Ferrofluids*, Springer, Berlin, 2002.
- [4] Z. WANG, C. HOLM, H. W. MULLER, *Molecular dynamics study on equilibrium magnetization properties and structure of ferrofluids*, Physical Review E 66 (2002) 021405.

### Asymptotic and Stability Analysis of a Two Dimensional Two-Phase Model of Avascular Tumour Growth based on Moving Frame Steady States

**Andrea Genovese de Oliveira** ([andrea.genovese.phd@gmail.com](mailto:andrea.genovese.phd@gmail.com))  
University of Nottingham

**Abstract.** We investigate avascular tumour growth as a two-phase process consisting of cells and liquid through the moving boundary continuum model formulated by Byrne, King, McElwain, and Preziosi (Applied Mathematics Letters, 2003, 16, 567-573).

By working with steady state solutions in a moving frame, we define instability of a time-dependent non-homogeneous base state solution in a way that allows us to compare simulated solutions to the saturation growth and exponential decay profiles of tumour size.

We formulate the analogous model for tumour growth in two dimensions. After some simplifying assumptions (negligible nutrient uptake and cell drag), we perform asymptotic analysis on the system satisfied by the two dimensional perturbations on a one dimensional solution, which we then compare to its numerical counterpart. Eventually, through the method of matched asymptotics, we characterised boundary layers and corresponding outer and inner solutions which allowed us to obtain a condition for instability in the two dimensional case.

## References

- [1] BYRNE, HELEN M AND KING, JOHN R AND MCELWAIN, DL SEAN AND PREZIOSI, LUIGI, *A two-phase model of solid tumour growth*, Applied Mathematics Letters, v. 16, p. 567-573, 2003.

## Difusão Hidrodinâmica e Migração de Partículas deformáveis Induzidas por Cisalhamento em Regime de Stokes

Gesse Arantes de Roure Neto ([gesse.roure@gmail.com](mailto:gesse.roure@gmail.com))

Departamento de Engenharia Mecânica

Universidade de Brasília

**Resumo.** Escoamentos em baixos números de Reynolds têm como uma de suas principais características a reversibilidade. Esta reversibilidade no caso da interação entre duas partículas esféricas implica uma reversibilidade cinemática em suas trajetórias relativas. A quebra desta simetria causa um deslocamento de trajetória das partículas. Esta quebra de simetria, junto com a randomicidade das colisões entre partículas, resulta em um “random walk” ao longo das linhas de corrente, do qual decorre um efeito de auto-difusão, dependente do escoamento e da concentração de partículas [1, 2, 3]. No caso de partículas deformáveis próximas a uma parede, a interação parede-partícula devido à deformação da partícula induz uma migração das partículas para longe da parede [4]. Este trabalho discute a modelagem do problema de difusão e migração de uma forma geral, aplicando a teoria em uma suspensão de gotas, prevendo a formação de uma camada livre de partículas na região adjacente à parede, fenômeno este que é observado experimentalmente em suspensões como o sangue [5].

## Referências

- [1] R. H. DAVIS, *Hydrodynamic diffusion of suspended particles: a symposium*, Journal of Fluid Mechanics, vol. 310, pp. 325-335, 1996.
- [2] F. R. CUNHA AND E. J. HINCH, *Shear-induced dispersion in a dilute suspension of rough spheres*, Journal of Fluid Mechanics, vol. 309, pp. 211-223, 1996.



- [3] A. ACRIVOS, G. K. BATCHELOR, E. J. HINCH, D. L. KOCH, AND R. MAURI, *Longitudinal shear-induced diffusion of spheres in a dilute suspension*, Journal of fluid mechanics, vol. 240, pp. 651-657, 1992.
- [4] J. R. Smart and D. T. Leighton Jr, *Measurement of the drift of a droplet due to the presence of a plane*, Physics of Fluids A: Fluid Dynamics (1989- 1993), vol. 3, no. 1, pp. 21-28, 1991.
- [5] O. K. Baskurt, H. J. Meiselman, et al., *Blood rheology and hemodynamics*, in Seminars in thrombosis and hemostasis, vol. 29, pp. 435-450, New York: Stratton Intercontinental Medical Book Corporation, c1974-, 2003.

## Ondas de Combustão em Meios Porosos

Grigori Chapiro (grigorichapiro@gmail.com)

Departamento de Matemática

Universidade Federal de Juiz de Fora

**Resumo.** O método de combustão in-situ é uma técnica térmica com grande potencial para uso na exploração de petróleo off-shore, como no caso dos reservatórios Pré-Sal. A modelagem de combustão em meios porosos envolve Dinâmica dos Fluidos e Cinética Química. Os modelos que descrevem combustão in-situ são compostos por equações de Reação-Convecção-Difusão, apresentam escalas diferentes (problemas rígidos) e são difíceis de trabalhar matematicamente e computacionalmente.

Em nossos trabalhos recentes[2, 4] foi resolvido o Problema de Riemann correspondente ao modelo descrevendo o processo de combustão baseado em [1]. A estrutura das frentes de combustão foi estudada usando teoria geométrica de perturbação singular para casos de combustão ao longo do fluxo do gás (velocidade da onda positiva) e no contra-fluxo do gás (velocidade da onda negativa) respectivamente. Os resultados analíticos foram validados através de simulações numéricas.

O problema foi abordado de forma rigorosa em [6]. Neste trabalho resolvemos o Problema de Riemann correspondente. A existência de soluções para um modelo de combustão in-situ na forma de ondas viajantes foi estudada usando análise planar. Também conseguimos provar a unicidade usando a integral de Melnikov. Neste trabalho foi usada uma hipótese forte, a de que todas as ondas de combustão tem velocidade positiva. Como mostrado em [2], isso nem sempre é verdade. É interessante generalizar estes resultados para modelos que levam em conta as perdas térmicas. Primeiros passos nesta direção foram feitos em [5].

A estabilidade das soluções encontradas em [6] foi estudada numericamente em [3] usando o Método de Diferenças Finitas. Neste trabalho algumas interações entre ondas foram apresentadas e discutidas.

## Referências

- [1] I.Y. AKKUTLU AND Y.C. YORTSOS, *The dynamics of in-situ combustion fronts in porous media*, J. of Combustion and Flame, 134:229-247, 2003.
- [2] G. CHAPIRO AND A. J. DE SOUZA, *Asymptotic approximation for counterflow combustion in porous media*, Applicable Analysis, 2016.
- [3] G. CHAPIRO, L. FURTADO, D. MARCHESIN, AND S. SCHECTER, *Stability of interacting traveling waves in reactionconvection-diffusion systems*, DCDS, 2015.

- [4] G. CHAPIRO, A. A. MAILYBAEV, A. J. SOUZA, D. MARCHESIN, AND J. BRUINING, *The effect of thermal losses on traveling waves for in-situ combustion in porous medium*, Comput. Geosciences, 16:799-808, 2012.
- [5] G. CHAPIRO AND D. MARCHESIN, *The effect of thermal losses on traveling waves for in-situ combustion in porous medium*, J. of Physics: Conference Series, 2015.
- [6] G. CHAPIRO, D. MARCHESIN, AND S. SCHECTER, *Combustion waves and Riemann solutions in light porous foam*, JHDE, 11(02):295-328, 2014.

## CFD-DEM simulations of gas-solid fluidized bed

Shyam Sumanta Das (das.shyamsumanta@gmail.com)

Departamento de Matemática

Universidade Federal de Juiz de Fora

**Abstract.** A gas-solid fluidized bed consists of mixture of gas-solid in which the particles were suspended by an imposed upward flow. In the present paper, we have carried out two dimensional numerical simulations of gas-solid fluidized bed. CFD-DEM (Computational fluid dynamics discrete element modeling) approach is used to model two phase flow composed of solid particles and gas inside the fluidized bed. It uses Eulerian and Lagrangian methods to solve fluid and solid particles respectively. Numerical simulations were carried out for various inlet gas velocities. The aim of the present work to investigate the instabilities associated with the fluidized bed. Spectral analyses were carried out to investigate the nature of the signals.

## References

- [1] ANDERSON, T.B., JACKSON, R., *A fluid mechanical description of fluidized beds: Equations of motion*, I&EC Fundamentals, vol. 6, n. 4, pp. 527-539, 1967.
- [2] CUNHA, F. R., SOBRAL, Y. D., GONTIJO, R. G., *Stabilization of concentration waves in fluidized beds of magnetic particles*, Powder Technology, vol. 24, pp. 219-229, 2013.
- [3] GARG, R., GALVIN, J., LI, T., PANNALA, S., *Open-source MFIX-DEM software for gassolids flows: Part I - verification studies*, Powder Technology, vol. 220, pp. 122-137, 2012.
- [4] SOBRAL, Y.D, HINCH, E.J., *Gravitational overturning in stratified particulate flows*, SIAM Journal on Applied Mathematics, vol. 71, pp. 2151-2167, 2011.
- [5] SOBRAL, Y. D., *Instabilities in fluidised beds*, Ph.D Thesis, Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics, University of Cambridge, England, 2008.
- [6] SOBRAL, Y.D., CUNHA, F.R., *A linear stability analysis of a homogeneous fluidized bed*, Tendencies in Computational and Applied Mathematics, vol. 3, pp. 197-206, 2002.

## Fluidos, partículas e magnetismo: modelagem e aplicações

**Yuri Dumaresq Sobral** (ydsobral@unb.br)

Departamento de Matemática

Universidade de Brasília

**Resumo.** Escoamentos de fluidos e partículas acontecem de maneira bastante abundante, tanto em fenômenos naturais quanto em processos industriais, dos mais diferentes tipos: deslizamentos de terra, transporte de sedimentos em leitos de rios, reatores nucleares, indústria alimentícia, produção de medicamentos, etc. Em todos esses escoamentos, é muito importante compreender os mecanismos físicos que determinam sua dinâmica e estabelecer o que pode ou não ser controlado. É neste ponto que a matemática torna-se uma ferramenta fundamental de análise para compreender os diversos aspectos de cada problema. Para mostrar algumas técnicas diferentes de abordagem, serão apresentados problemas envolvendo leitos fluidizados (estabilidade de ondas de concentração), escoamentos de materiais granulares (dissipação e rugosidade macroscópica) e interação de partículas magnéticas (formação de agregados). Todos os temas serão abordados de uma maneira adequada para uma audiência de não especialistas.

## Referências

- [1] SOBRAL, Y. D. ; HINCH, E. J., *Finite amplitude steady-state one-dimensional waves in fluidized beds*, SIAM Journal on Applied Mathematics (Print), 2017 (in press; DOI: 10.1137/16M1084031).
- [2] JING, L. ; KWOK, F. C. Y. ; LEUNG, A. Y. F. ; SOBRAL, Y. D., *Characterization of base roughness for granular chute flows*, PHYSICAL REVIEW E, v. 94, p. 052901, 2016.
- [3] GONTIJO, R. G. ; SOBRAL, Y. D. ; CUNHA, F. R., *Symmetry breaking of particle trajectories due to magnetic interactions in a dilute suspension*, Journal of Magnetism and Magnetic Materials, v. 326, p. 240-250, 2013.
- [4] SOBRAL, Y. D.; HINCH, E. J., *Gravitational Overturning in Stratified Particulate Flows*, SIAM Journal on Applied Mathematics (Print), v. 71, p. 2151-2167, 2011.

# Probabilidade

## Processo de Exclusão com Taxa Lenta na Fronteira

**Adriana Neumann de Oliveira** (neumann.adri@gmail.com)  
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

**Resumo.** Nesta palestra irei falar sobre o processo de exclusão com taxa lenta na fronteira. Apresentarei o seu comportamento hidrostático e hidrodinâmico. Além disso, falarei sobre as flutuações deste processo fora do equilíbrio e no equilíbrio.

## Topologia das Folheações e Decomposição de Fluxos Estocásticos

**Alison Marcelo Van Der Laan Melo** (alisonvdlmelo@yahoo.com.br)  
Universidade Federal do Vale do São Francisco

**Resumo.** A apresentação será sobre trabalho feito em colaboração com *Paulo R. Ruffino (Unicamp)* e *Leandro Morgado (UFSC)* [2].

## Referências

- [1] P. J. CATUOGNO, F. B. DA SILVA AND P. R. RUFFINO, *Decomposition of stochastic flows in manifolds with complementary distributions*, Stochastics and Dynamics 13 (2013), no. 4, 1350009, 12 pp.
- [2] MELO, A., MORGADO, L., RUFFINO, P., *Topology of Foliations and Decomposition of Stochastic Flows of Diffeomorphisms*, PREPRINT: arXiv:1511.01376.

## Introdução ao Formalismo Termodinâmico

**Artur Oscar Lopes** (arturoscar.lopes@gmail.com)  
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

**Objetivos.** Vamos apresentar em cinco aulas de uma hora e meia cada alguns dos resultados básicos do Formalismo Termodinâmico para potenciais Lipchitz no contexto dos modelos XY com uma medida a priori. Mais precisamente demonstraremos o Teorema de Ruelle que descreve a relação entre medida de equilíbrio, automeida, autofunção, o operador de Ruelle e a Pressão Topológica. Outras questões associadas como o decaimento de correlação, o kernel de involução e o limite quando a temperatura vai a zero de estados de equilíbrio serão também descritos na medida que se tenha tempo para tanto.

**Ementa.** O operador de Ruelle, o Teorema de Ruelle-Perron-Frobenius, Pressão Topológica, Problema Variacional.

## Referências

- [1] A. O. LOPES, *Thermodynamic Formalism, Maximizing Probabilities and Large Deviations*, Preprint, 2014. Lectures notes.
- [2] W. PARRY AND M. POLLICOTT, *Zeta functions and the periodic orbit structure of hyperbolic dynamics*, *Astérisque*, (187-188):268, 1990.
- [3] A. T. BARAVIERA, L. CIOLETTI, A. O. LOPES, J. MOHR, AND R. R. SOUZA, *On the general one-dimensional XY model: positive and zero temperature, selection and non-selection*, *Rev. Math. Phys.*, 23(10):1063–1113, 2011.

## Nonlocal Conservation laws from Stochastic Particle Systems

**Christian Horacio Olivera** (colivera@ime.unicamp.br)  
Universidade Estadual de Campinas

**Abstract.** We consider an interacting particle system modeled as a system of  $N$  stochastic differential equations driven by Levy process. The limiting behavior as the size  $N$  grows to infinity is achieved as a law of large numbers for the empirical process associated with the interacting particle system.

## Uma Introdução à Teoria da Resposta ao Item (TRI)

**Dalton Francisco Andrade** (daltoncasa@hotmail.com)  
Universidade Federal de Santa Catarina

**Resumo.** O curso será dado em três módulos: Teoria da Resposta ao Item (TRI), que vem sendo progressivamente introduzida em nosso meio como um instrumento poderoso nos processos quantitativos de avaliação educacional, pelo fato de permitir, inclusive, a construção de escalas de habilidade calibradas. No entanto, pelo fato de permitir a estimação de uma variável latente (não-observável) que é subjacente ao processo mensurável/observável, a utilização dos modelos de TRI não se restringe à área da Educação. Na literatura encontram-se aplicações em áreas tão diversas quanto Psicologia, Marketing, Sociologia, Enfermagem, entre outras. O curso está dividido em três partes:

Em 13/02/2017 - Introdução e apresentação dos principais modelos e aplicações da TRI nas mais diferentes áreas.

Em 14/02/2017 - Modelos da TRI para itens dicotômicos/dicotomizados, com métodos de estimação e recursos computacionais.

Em 15/02/2017 - Modelos da TRI para itens politômicos ordinais, com métodos de estimação e recursos computacionais.

## Referências

- [1] ANDRADE, D. F. DE.; TAVARES, H. R.; VALLE, R. DA C., *Teoria da resposta ao item: conceitos e aplicações*, São Paulo:Associação Brasileira de Estatística. Disponível em: <http://www.inf.ufsc.br/~dandrade/TRI/>,2000.
- [2] AZEVEDO, CAIO L. N.; GAMERMAN, DANI, *Mini-curso introdutório: teoria de resposta ao item*, Trabalho apresentado ao 1o Congresso Brasileiro de Teoria de Resposta ao Item, Florianópolis, dez./2009.
- [3] BAKER, F. B.; KIM, S., *Item response theory: parameter estimation techniques*, 2.ed. Nova York: Marcel Dekker, 2004.
- [4] BOCK, R. D.; AITKIN, M., *Marginal maximum likelihood estimation of item parameters: An application of a EM algorithm*, Psychometrika. n. 46, p. 433-459, 1981.
- [5] BOCK, R. D.; LIEBERMAN, M., *Fitting a response model for n dichotomously scored items*, Psychometrika. n. 35, p. 179-197, 1970.

## The Infinitely Many Zeros of Stochastic Coupled Oscillators Driven by Random Forces

Hugo Alexander de la Cruz Cansino ([hugocruz@gmail.com](mailto:hugocruz@gmail.com))

Escola de Matemática Aplicada

Fundação Getúlio Vargas, Rio de Janeiro

**Abstract.** This work deals with the oscillatory behavior around 0 of the stochastic coupled oscillators driven by random forces. We focus on three main aspects:

- 1) the analysis of this oscillatory behavior for the case of coupled harmonic oscillators, a property that had only been demonstrated for simple harmonic oscillators;
- 2) the capability of some numerical integrators for reproducing this dynamical property;
- 3) the identification of some classes of coupled nonlinear oscillators that can be shown to have this oscillatory dynamics by reducing their analysis to equivalent linear oscillators. Some simulations are also considered to illustrate the results.

## Processos Tipo OU Generalizado: Teoria e Simulação

Josiane Stein ([josi.tasha@gmail.com](mailto:josi.tasha@gmail.com))

Instituto Federal Sul-rio-grandense, Campus Saporanga

**Resumo.** Estudamos uma classe de processos a tempo contínuo que generaliza o processo Ornstein-Uhlenbeck(OU). Chamamos estes processos do tipo OU generalizado. Consideramos diversos tipos de ruído no processo considerado, tais como movimento browniano, processo de Lévy alfaestável, processo de Lévy e processo de Poisson. Provamos alguns resultados teóricos sobre a estacionariedade e propriedade Markoviana para estes processos, quando o ruído é o movimento browniano. Para o caso em que o ruído é um processo de Lévy, provamos que sua distribuição é infinitamente divisível. Apresentamos alguns exemplos obtidos a partir dos processos tipo OU generalizado, mostrando algumas propriedades básicas, sua geração, medidas de dependência e estimação dos parâmetros.

## Uma Introdução aos Sistemas Dinâmicos Estocásticos

Paulo R. C. Ruffino (ruffino@ime.unicamp.br)

Universidade Estadual de Campinas

**Objetivos.** A intenção deste minicurso é divulgar a teoria de sistemas dinâmicos estocásticos, suas motivações, exemplos clássicos, seu potencial, aplicações e na medida do possível, instigar e provocar os alunos de graduação com problemas em aberto que tem enunciados compreensíveis neste nível. No livro texto *Uma Iniciação aos Sistemas Dinâmicos Estocásticos*, depois de construir os objetos básicos da teoria, apresento com mais detalhes, sem perder o caráter elementar dos argumentos e da motivação, uma série de propriedades, resultados e exemplos que venho apresentando em palestras de divulgação que venho fazendo há vários anos.

### Referências

- [1] RUFFINO, P.R.C., *Uma Iniciação aos Sistemas Dinâmicos Estocásticos*, IMPA. Publicações Matemáticas (2009).

## Introdução às Equações Diferenciais Estocásticas

Pedro José Catuogno (pedrojc@ime.unicamp.br)

Universidade Estadual de Campinas

**Objetivos.** Aula 1- Movimento Browniano. Integral estocástica. Fórmula de Itô. Equações diferenciais estocásticas.

Aula 2- Equações diferenciais estocásticas e EDP's. Equações diferenciais estocásticas parciais tipo Kunita. Método das características.

Aula 3- Uma breve introdução aos Rough Paths. Rough paths e equações diferenciais estocásticas.

### Referências

- [1] P. FRIZ ; M. HAIRER, *A course on Rough Paths*, Universitext. Springer, 2015.
- [2] B. OKSENDAL, *Stochastic Differential Equations. An Introduction with Applications*, Fifth Edition. Springer, 2003.
- [3] H. KUNITA, *First order stochastic partial differential equations*, Proceedings of the Taniguchi International Symposium on Stochastic Analysis. 249-269, North Holland 1984.

## Convergência em Distância Mallows para sistemas de spins unidimensionais

Roberto Vila Gabriel (rovig161@gmail.com)

Departamento de Estatística  
Universidade de Brasília

**Resumo.** Este seminário é baseado no artigo [2]. Apresentaremos alguns teoremas limite segundo a distância Mallows [3], tanto para processos aleatórios associados estacionários e não estacionários. Pelo Teorema de Bickel e Freedman [1], é conhecido que a convergência referida é mais forte que a de distribuição, portanto, implicitamente apresenta-se, também, teoremas do limite central. Como aplicação de nossos resultados, apresentaremos a convergência de alguns processos aleatórios unidimensionais com dependência Gibbsiana: especificamente do modelo de Ising.

## Referências

- [1] P. J. BICKEL AND D. A. FREEDMAN, *Some asymptotic theory for the bootstrap*, Annals of Statistics v. 9, p. 1196-1217, 1981.
- [2] L. CIOLETTI, C. C. Y. DOREA AND R. VILA *Limit Theorems in Mallows Distance for Processes with Gibbsian Dependence*, Preprint: <https://arxiv.org/abs/1701.03747>, 2017.
- [3] C. L. MALLOWS, *A note on asymptotic joint normality*, The Annals of Mathematical Statistics v. 43, p. 508-515, 1972.

## Discrete Time Trawl Processes with Long Memory

Sílvia Regina Costa Lopes ([silviarc.lopes@gmail.com](mailto:silviarc.lopes@gmail.com))  
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

**Abstract.** We introduce a class of discrete time stationary trawl processes taking real or integer values and written as sums of past values of independent seed processes on shrinking intervals (trawl heights). Related trawl processes in continuous time were studied in Barndorff-Nielsen (2011) and arndorff-Nielsen et al. (2014), however in our case the i.i.d. seed processes can be very general and need not be infinitely divisible. In the case when the trawl height decays with the lag as  $j^\alpha$ , for some  $1 < \alpha < 2$ , the trawl process exhibits long memory and its covariance decays as  $j^{1-\alpha}$ . We show that under general conditions on generic seed process, the normalized partial sums of such trawl process may tend either to a fractional Brownian motion or to an  $\alpha$  stable Lévy process. Since the exponent is of a special importance for both situations, a section is devoted to the empirical comparison of two different consistent estimators for this parameter.

## Uma Proposta de Ordenação de Periódicos Científicos via Teoria da Resposta ao Item

Suélvio Alves de Moura ([sueliomoura.statistic@gmail.com](mailto:sueliomoura.statistic@gmail.com))  
Departamento de Estatística  
Universidade de Brasília



**Resumo.** Neste trabalho objetiva-se descrever um índice de proficiência ou valor dos periódicos das áreas de Matemática, Estatística e Matemática Aplicada baseado em Modelos Politômicos da Teoria da Resposta ao Item. As variáveis que compõem o banco de dados a ser utilizado nas análises consistem nos indicadores bibliométricos fornecidos pelo Journal Indicators CWTS (<http://www.journalindicators.com/>), o Scimago (<http://www.scimagojr.com/>), a Web Of Science (<http://wokinfo.com/>) e WebQualis (<http://qualis.capes.gov.br/webqualis>).

## Inferência Indireta para Modelos Estocásticos de Volatilidade Governados por Processos de Lévy

Thiago do Rêgo Sousa ([thiago.sousa@tum.de](mailto:thiago.sousa@tum.de))  
Technical University of Munich

**Resumo.** Modelos estocásticos de volatilidade governados por processos de Lévy tem importância substancial para a área de finanças. Eles são utilizados para a modelagem de dados financeiros, porque preços de ativos podem manifestar um comportamento descontínuo, lembrando a trajetória de um processo com saltos. Dois dos modelos mais conhecidos são os processos GARCH a tempo contínuo introduzidos em Klüppelberg et al. (2004) e os modelos não Gaussianos do tipo Ornstein-Uhlenbeck introduzidos por Barndorff-Nielsen e Shephard (2001). Para tais modelos, a estimação de parâmetros utilizando o método da Máxima Verossimilhança não pode ser diretamente aplicada e portanto o método da inferência indireta apresentado em Gourieroux et al. (1993) provou ser uma alternativa simples e útil para modelos definidos por equações diferenciais estocásticas. As duas premissas principais para a aplicação desse método é de que o modelo de interesse seja facilmente simulado e que tenhamos um método razoável para estimação de um modelo auxiliar (que aproxime o modelo de interesse). Neste trabalho iremos aplicar o método da inferência indireta para estimar os parâmetros de um modelo de volatilidade estocástica governado por um processo composto de Poisson. Escolhemos os modelos discreto GARCH(1,1) como modelo auxiliar, devido ao fato de que eles possuem características similares aos modelos de volatilidade estocástica, como por exemplo, a formação de clusters de volatilidade. Também comparamos o método da inferência indireta com um método baseado na estimação da função de auto-correlação dos retornos financeiros. Os resultados dos experimentos de Monte Carlo mostraram que ambos os métodos tiveram performance similar, indicando que o método da inferência indireta deve ser investigado mais profundamente em outros cenários.

## Referências

- [1] BARNDORFF-NIELSEN, O. E. AND SHEPHARD, N., *Non-Gaussian Ornstein-Uhlenbeck-based models and some of their uses in financial economics*, Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology) 63.2 (2001): 167-241.
- [2] GOURIEROUX, C., MONFORT, A. AND RENAULT, E., *Indirect inference*, Journal of applied econometrics 8.S1 (1993): S85-S118.
- [3] KLÜPPELBERG, C., LINDNER, A. AND M., ROSS., *A continuous-time GARCH process driven by a Lévy process: stationarity and second-order behaviour*, Journal of Applied Probability 41.3 (2004):601-622.

# Sistemas Dinâmicos

## Transitividade e mistura topológicas para operadores de composição agindo em espaços $L^p$

Benito Pires (benito@usp.br)  
Universidade de São Paulo

**Resumo.** Sejam  $X = (X, \Sigma, \mu)$  um espaço de medida  $\sigma$ -finito e  $f : X \rightarrow X$  uma transformação bimensurável injetiva satisfazendo  $\mu(f(B)) \geq c\mu(B)$  para algum  $c > 0$  e todo mensurável  $B$ , então  $T_f : \varphi \rightarrow \varphi \circ f$  é um operador linear contínuo agindo sobre  $L_p(X, \Sigma, \mu)$ ,  $1 \leq p < \infty$ , denominado operador de composição induzido por  $f$ . Vamos dar condições sobre  $f$  necessárias e suficientes para a transitividade topológica ou mistura topológica de  $T_f$ . Também vamos dar exemplos de transformações bimensuráveis injetivas  $f$  cujo operador de composição  $T_f$  é topologicamente transitivo mas não topologicamente misturador.

Joint work with *Udayan Darji*.

## Referências

- [1] U. B. DARJI AND B. PIRES, *Topological transitivity and mixing of the composition operator on  $L_p$  spaces* 2016, <https://arxiv.org/pdf/1610.00863.pdf>

## Sistemas dinâmicos globalmente hiperbólicos

Carlos Alberto Maquera Apaza (cmaquera@icmc.usp.br)  
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação  
Universidade de São Paulo, São Carlos

**Resumo.** Os sistemas dinâmicos clássicos são definidos por ações do grupo  $\mathbb{Z}$  (no caso discreto) e  $\mathbb{R}$  (no caso contínuo). Neste minicurso consideramos sistemas dinâmicos definidos por ações de um grupo de Lie (com maior ênfase no caso do grupo  $\mathbb{R}^k$ ). Apresentaremos exemplos, algumas propriedades gerais e alguns problemas em aberto.

## Informações dinâmicas associadas à sequências espectrais

Dahisy Lima (dahisylima@ime.unicamp.br)  
Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica  
Universidade Estadual de Campinas

**Resumo.** Abordamos ferramentas topológicas na teoria do índice de Conley, com o propósito de explorar complexos de cadeia  $(C, \Delta)$  gerados pelos pontos críticos de funções de Morse  $f : M \rightarrow \mathbb{R}$  e de funções de Morse circular  $f : M \rightarrow S^1$  definidas em  $n$ -variedades suaves e fechadas.

Descrevemos um algoritmo de varredura que, a partir da matriz de conexão  $\Delta$ , nos permite codificar as informações dadas pela sequência espectral, produzindo um sistema de geradores para os seus módulos e determinando suas diferenciais.

Finalmente, obtemos resultados dinâmicos explorando as informações algébrica da sequência espectral via este algoritmo. Além disso, mostramos que este processo corresponde a propriedades de continuação do fluxo associado.

## Referências

- [1] M. A. BERTOLIM, D.V.S. LIMA, M. P. MELLO AND K. A. DE REZENDE, M. R. SILVEIRA, *An Algorithmic Approach to Algebraic and Dynamical Cancellations associated to a Spectral Sequence*. (Submitted)
- [2] M. A. BERTOLIM, D.V.S. LIMA, M. P. MELLO AND K. A. DE REZENDE, M. R. SILVEIRA, *A Global two-dimensional Version of Smale's Cancellation Theorem via Spectral Sequences*. Ergodic Theory and Dynamical Systems vol. 36(6) (2016), 1795-1838.
- [3] O. CORNEA, K. A. DE REZENDE AND M. R. DA SILVEIRA, *Spectral sequences in Conley's theory*. Ergodic Theory and Dynamical Systems, vol 30(4) (2010), 100
- [4] D. V. S. LIMA, K .A. DE REZENDE, M. R. SILVEIRA, O. MANZOLI, *Cancellations for Circle-valued Morse Functions via Spectral Sequences*. Submitted. ArXiv:1610.08579, 2016.

## On the dynamics of foliations with recurrent leaves

**Gabriel Ponce** (gaponce@ime.unicamp.br)

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica  
Universidade Estadual de Campinas

**Abstract.** Inspired by Smale's work [6] on the dynamics of  $C^r$  diffeomorphisms on closed Riemannian manifolds, the study of the dynamics of foliations aims to understand the behavior of a foliation in terms of its dynamical characteristics such as the existence of minimal sets and orbit growth of leaves for example. As in the case of diffeomorphisms concepts such as transitivity, hyperbolicity and entropy are in the core of the theory though each of these concepts are treated in a completely different way when working with foliations. Topological entropy of a map or flow is a dynamical invariant which captures the exponential complexity of the given dynamical system. The analogous notion of topological entropy for the foliation theory context was introduced by GhysLangevin-Walczak [3] in a similar way to the definition of topological entropy of maps given by Bowen [1]. Dynamical invariants such as entropy are crucial in the theory of classification of dynamical systems. A global theory of classification for foliations theory is out of question and what happens is that, due to the generality of the phenomenons which are possible, several types of equivalences were introduced in the literature. One of this equivalence types is the concordance equivalence (see for example [2]). The relations between dynamical characteristics of a foliation and concordance equivalence relation, if there are any, are not clear. It was already known [4], Lemma 8.5] that any two linear foliations

on  $T^2$  were concordant, thus a foliation with linear growth rate can be concordant with a foliation by compact leaves, however every linear foliation on  $T^2$  have zero geometric entropy so this leads no direct conclusion on the relation between positiveness of entropy and concordance equivalence. In this talk we will show that there is no clear relation even between the exponential growth rate of leaves and concordance equivalence and, consequently, positivity of geometric entropy is not a concordant invariant.

**Theorem A:** [5] For any  $r < \infty$  there exist  $C^r$ -concordant foliations  $\mathcal{F}$  and  $\mathcal{G}$ , arbitrarily  $C^r$ -close to each other, such that  $\mathcal{F}$  is Riemannian and  $\mathcal{G}$  has a resilient leaf. Consequently  $h(\mathcal{F}) = 0$  and  $h(\mathcal{G}) > 0$ .

## References

- [1] R. BOWEN, *Entropy for group endomorphisms and homogeneous spaces*, Trans. Amer. Math. Soc., 153:401–414, 1971.
- [2] A. CANDEL AND L. CONLON, *Foliations I, volume 23 of Graduate Studies in Mathematics*, American Mathematical Society, Providence, RI, 2000.
- [3] E. GHYS, R. LANGEVIN, AND P. WALCZAK, *Entropie geometrique des feuilletages*, Acta Math., 168:105–142, 1988.
- [4] J. MILNO, *Foliations and foliated vector bundles*, In Collected Papers of John Milnor: IV. Homotopy, Homology and Manifolds, pages 279–320. Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2009.
- [5] G. PONCE, *Generating positive geometric entropy from recurrent leaves*, preprint, 2016.
- [6] S. SMALE, *Differentiable dynamical systems*, Bull. Amer. Math. Soc., 73:747–817, 1967.

## Caos para ações de semigrupos

Hélio V. M. Tozatti (heliozatti@utfpr.edu.br)

Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Campus de Campo Mourão

**Resumo.** As noções de caos para sistemas dinâmicos têm sido extensivamente estudadas desde 1975, quando Lie, T. e Yorke, J. deram a primeira definição formal de sistemas dinâmicos caóticos. Motivados por este e outros conceitos de caos, apresentaremos estes conceitos para ações de semigrupos em espaços completamente regulares, suas relações e aplicações em sistemas de controle.

## Referências

- [1] Alves, R. W. M.; Rocha, V. H. L.; and Souza, J. A.. *A characterization of completely regular spaces*. *Int. J. Math*, 26 (2015), 1550032.
- [2] Braga Barros, C.J. and Reis R.A.: On the number of control sets on compact homogeneous spaces. *Portugaliae Mathematica*, **60** (2003), 359–371.
- [3] Braga Barros, C.J. e San Martin, L.A.B., On the number of control sets on projective spaces. *Systems & Control Letters*, **29** (1996), 21–26.

- [4] Braga Barros, C. J. and Souza J. A., Attractors and chain recurrence for semigroup actions. *J. Dyn. Diff. Eq.*, **22** (2010), 723–740.
- [5] Braga Barros, C. J.; Rocha, V. H. L.; and Souza, J. A., Lyapunov stability for semigroup actions. *Semigroup Forum*, **88** (2014), 227–249.
- [6] Braga Barros, C. J.; Rocha, V. H. L.; and Souza, J. A., Lyapunov stability and attraction under equivariant maps. *Canad. J. Math.*, **67** (2015), 1247–1269.
- [7] Braga Barros, C. J.; Rocha, V. H. L. e Souza, J. A., On attractors and stability for semigroup actions and control systems. *Math. Nachr.*, 1–16 (2015) / DOI 10.1002/mana.201400389.
- [8] Ceccherini-Silberstein, T. and Coornaert, M., Sensitivity and Devaney’s chaos in uniform spaces. *J. Dyn. Control Syst.*, **19** (2013), 568–579.
- [9] Colonius, F. and Kliemann, W., *The dynamics of control*. Birkhäuser, Boston, 2000.
- [10] Devaney, R., *An Introduction to Chaotic Dynamical Systems*. Addison-Wesley, Redwood (1989).
- [11] Huang, W. and Ye, X., *Devaney’s chaos or 2-scattering implies Lie-Yorke chaos*. *Topology Appl.*, **117** (2002), 259–272.
- [12] Kliemann, W., Recurrence and invariant measures for degenerate diffusions. *Ann. Probab.*, 15 (1987), 690–707.
- [13] Kontorovich, E. and Megrelishvili, M., A note on sensitivity of semigroup actions. *Semigroup Forum*, **76** (2008), 133–141.
- [14] Li, T. and Yorke, J., Period 3 implies chaos. *Am. Math. Mon.*, **82** (1975), 985–992.
- [15] Polo, F., Sensitive dependence on initial conditions and chaotic group actions. *Proc. Amer. Math. Soc.*, **138** (2010), 2815–2826.
- [16] Rybak, O. V., Li-Yorke sensitivity for semigroup actions. *Ukrainian Mathematical Journal*, **65** (2013), 752–759.
- [17] San Martin, L. A. B., Invariant Control Sets on Flag Manifolds. *Math. Control Signals Systems*, 6 (1993), 41–61.
- [18] San Martin, L.A.B. and Tonelli P.A., Semigroup actions on homogeneous spaces. *Semigroup Forum*, **50** (1995), 59-88.
- [19] Schneider, F. M.; Kerkhoff, S.; Behrisch, M.; and Siegmund, S., Chaotic actions of topological semigroups. *Semigroup Forum*, **87** (2013), 590–598.
- [20] Souza, J. A., Complete Lyapunov functions of control systems. *Systems & Control Letters*, **61** (2012), 322–326.
- [21] Souza, J. A., Lebesgue covering lemma on nonmetric spaces. *Int. J. Math*, **24** (2013), 1350018.
- [22] Souza, J. A., On limit behavior of semigroup actions on noncompact space. *Proc. Amer. Math. Soc.*, **140** (2012), 3959–3972.
- [23] Souza, J. A., Recurrence theorem for semigroup actions. *Semigroup Forum*, **83** (2011), 351–370.

- [24] Souza, J. A. and Tozatti, H. V. M., Some aspect of stability for semigroup actions. *J. Dyn. Diff. Equations*, **26** (2014) , 631–654.
- [25] Souza, J. A.; Tozatti, H. V. M.; Rocha, V. H. L., On stability and controllability for semigroup actions. To appear in *Topological Methods in Nonlinear Analysis*.
- [26] Wang, H.; Long, X.; Fu, H., Sensitivity and chaos of semigroup actions. *Semigroup Forum*, **84** (2012), 81–89.

## Entropy and pressure for Iterated Function Systems with a general family of branches

Jairo Kras Mengue (jairokras@gmail.com)

Instituto de Matemática e Estatística

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

**Abstract.** In this talk we will present a possible definition of entropy for holonomic probabilities and some of its properties. We assume that  $X$  and  $Z$  are compact metric spaces and the iterated function system  $\{\tau_x : Z \rightarrow Z, x \in X\}$  is defined using uniform contractions. We say that a probability  $\pi \in P(X \times Z)$  is holonomic if  $\int g(\tau_x(z))d\pi(x, z) = \int g(z)d\pi(x, z)$ , for any  $g \in C(Z)$ .

Given a probability  $\alpha \in P(X)$  with  $\text{supp}(\alpha) = X$  we define the entropy of a holonomic probability  $\pi$  with respect to  $\alpha$  as

$$H_\alpha(\pi) := -\sup \left\{ \int c d\pi, c \text{ is Lipschitz and } \int e^{c(x,z)} d\alpha(x) = 1 \forall z \in Z \right\}$$

and the pressure of a continuous function  $c(x, z)$  with respect to  $\alpha$  as

$$P_\alpha(c) = \sup \left\{ \int c d\pi + H_\alpha(\pi), \pi \text{ is holonomic} \right\}.$$

If  $c$  is Lipschitz, then  $e^{P_\alpha(c)}$  is equal to the spectral radius of the operator  $L_{c,\alpha} : C(Z) \rightarrow C(Z)$  given by  $L_{c,\alpha}(\psi)(z) = \int_X e^{c(x,z)}\psi(\tau_x(z)) d\alpha(x)$ .

The entropy is a concave function on the convex set of holonomic probabilities, but we will exhibit an example where it is not an affine function. As a consequence, no extremal points of the convex set of holonomic probabilities attain the supremum that defines  $P_\alpha(c)$ .

## The minimal Morse components of translations on flag manifolds are normally hyperbolic

Lucas C. Seco Ferreira (lsec@unb.br)

Departamento de Matemática

Universidade de Brasília

**Abstract.** Consider the iteration of an invertible matrix on the projective space: are the Morse components normally hyperbolic? As far as we know, this was only established when the matrix is diagonalizable over the complex numbers. In this article we prove that this is true in the far

more general context of an arbitrary element of a semisimple Lie group acting on its generalized flag manifolds: the so called translations on flag manifolds. This context encompasses the iteration of an invertible non-diagonalizable matrix on the real or complex projective space, the classical flag manifolds of real or complex nested subspaces and also symplectic grassmanians. Without these tools from Lie theory we do not know how to solve this problem even for the projective space.

Joint work with *Mauro Patrão* MAT-UnB.

## References

- [1] G. Ammar and C. Martin: *The Geometry of Matrix Eigenvalues Methods*, Acta Appl. Math. **5** (1986), 239-278.
- [2] S. Batterson: *Structurally Stable Grassmann Transformations*, Trans. Amer. Math. Soc., **231** (1977), 385-404.
- [3] C. Conley: *Isolated invariant sets and the Morse index*, CBMS Reg. Conf. Ser. Math. **38**, American Mathematical Society (1978).
- [4] J.J. Duistermaat, J.A.C. Kolk and V.S. Varadarajan: *Functions, flows and oscillatory integral on flag manifolds*. Compos. Math. **49** (1983), 309-398.
- [5] T. Ferraiol, M. Patrão, L. Seco: *Jordan decomposition and dynamics on flag manifolds*, Discrete Contin. Dynam. Systems A, **26**(3) (2010).
- [6] C. Pugh and M. Shub: *Linearization of normally hyperbolic diffeomorphisms and flows*. Invent. Math. **10** (1970), 187-198.
- [7] M. Shub and A. Vasquez: *Some linearly induced Morse-Smale systems, the QR algorithm and the Toda lattice*, Contemp. Math., **64** (1987), 181-194.

## Uma abordagem da teoria ergódica via desintegração de Rohklin

**Régis Varão** (regisvarao@ime.unicamp.br)  
Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica  
Universidade Estadual de Campinas

**Resumo.** Este minicurso é voltado a alunos e pesquisadores. O clássico resultado de Anosov da década de 60 provando a ergodicidade dos, hoje conhecidos como, difeomorfismos de Anosov passou por provar que as folheações estáveis e instáveis são absolutamente contínuas. Este minicurso vai nesta direção de mostrar como essas propriedades métricas de certas folheações invariantes a um sistemas dinâmicos nos fornece informações relevantes da dinâmica em si.

## Referências

- [1] R. VARÃO, *Rigidity for partially hyperbolic diffeomorphisms*, To appear on Ergodic Theory and Dynamical Systems.

- [2] R. VARÃO, *Center foliation: absolute continuity, disintegration and rigidity*, Ergodic Theory and Dynamical Systems, 2016.
- [3] G. PONCE, A. TAHZIBI, R. VARÃO, *Minimal yet measurable foliation*, Journal of Modern Dynamics, 2014.



# Teoria da Computação

## Equivalência entre a noção de terminação via Dependency Pairs e TCC/CCG terminação

Ariane Alves (arianealvesalmeida@gmail.com)

Departamento da Ciência da Computação

Universidade de Brasília

**Resumo.** Diversas técnicas são desenvolvidas para verificar terminação de sistemas de reescrita e programas em geral, por ser uma propriedade essencial para a análise de correção de programas. Por ser um problema indecidível, são propostas diversas abordagens de semi-decisão que podem apresentar resultados distintos. No entanto, a "completude" de cada técnica garante que, embora usadas diferentes noções para terminação, exista sempre alguma medida decrescente segundo a execução de um programa terminante. Relacionar diferentes noções de terminação e formalizar sua equivalência é uma maneira de se mostrar que técnicas distintas podem ser utilizadas para análise de terminação e que, verificando-se terminação com uma técnica é também possível obtê-la com outra. Duas noções de terminação que funcionam de maneira similar e podem ter sua equivalência formalizada são Dependency Pairs (DPs) e Calling Context Graphs (CCGs). Os DPs são utilizados em sistemas de reescrita onde os lados esquerdos de cada regra formam pares de dependência com subtermos cuja raiz sejam símbolos definidos dos lados direitos. A existência de possíveis execuções infinitas é detectada através da análise de cadeias de dependência entre estes pares, abstraíndo-as em um grafo e analisando o decrescimento dos ciclos criados por estas cadeias. Já os CCGs analisam programas funcionais segundo grafos cujos vértices são os contextos de chamados de funções, que contém as informações dos parâmetros atuais da função em execução bem como os parâmetros da próxima função a ser executada e as condições que levam a este chamado. Aos vértices são associadas medidas que, comparadas com as medidas dos vértices adjacentes, formam uma família de medidas que rotula as arestas do grafo. Uma combinação de medidas que leve ao decrescimento de um parâmetro garante a terminação. Algumas noções de terminação estão formalizados no assistente de provas PVS para programas funcionais. Dentre elas, CCG, Type Correctness Conditions (TCC), que exige uma medida decrescente nos parâmetros de cada chamada recursiva da função definida, e terminação semântica pela existência de um valor de saída para todas as entradas de uma função ou número finito de chamadas recursivas que o geram. Temos também formalizadas as equivalências entre estas abordagens, podendo ser usadas para relacionar novas abordagens ainda não formalizadas neste assistente (como DP) com todas as outras por transitividade. Serão apresentados aqui alguns desafios que cercam a formalização em andamento entre DP e as demais técnicas citadas, como sutilezas entre reescrita e programas funcionais que podem influenciar a especificação, elementos que podemos reutilizar de outras formalizações e como relacioná-los com DP.

## Referências

- [1] ARTS, T. AND GIESL, J., *Termination of Term Rewriting using Dependency Pair*, Theoretical Computer Science, Vol. 236, 2000.

- [2] MANOLIOS, P. AND VROON, D., *Termination analysis with calling context graphs*, In Proceedings of the 18th International Conference on Computer Aided Verification, 2006.
- [3] VROON, D., *Automatically Proving The Termination of Functional Programs. PhD thesis*, Georgia Institute of Technology, 2007.
- [4] NASALIB, *Versão em Desenvolvimento de NASA PVS Library*, <https://github.com/nasa/pvslib>. Disponível na página oficial da NASA PVS Library: <http://shemesh.larc.nasa.gov/fm/ftp/larc/PVS-library/pvslib.html>, 2016.

## Unificação em Grupos Abelianos de Expoente 2

Bruno de Assim Delboni (bruno.delboni@gmail.com)

Departamento de Matemática

Universidade de Brasília

**Resumo.** Neste capítulo iremos apresentar algoritmo de unificação correto, completo e terminante, para a teoria equacional ACUNh que consiste das seguintes identidades: Associatividade, Comutatividade, Unidade, Nilpotência e homomorfismo. Para tal definiremos alguns conceitos necessários sobre a teoria ACUNh, cujos modelos são os grupos abelianos em que todos os elementos tem ordem 2 e o símbolo de função  $h$  é um homomorfismo entre os elementos do grupo. O tipo do problema de unificação ACUNh varia de acordo com a existência ou não de símbolos de função não-interpretados: - Quando  $\Gamma$  é um problema de ACUNh-unificação elementar ou com constantes, o problema de unificação é do tipo unitário e decidível em tempo polinomial, este resultado foi enunciado por Narendran em seu artigo [1] e também Kaltofen no artigo [3]. - Quando  $\Gamma$  é um problema de ACUNh-unificação geral, isto é, a assinatura considerada contém símbolos de função não-interpretados, o problema de unificação é do tipo finitário, este resultado foi enunciado por Zhiqiang-Liu em seu artigo [2]. A solvabilidade deste problema de unificação torna-se muito mais complexa, Schulz mostrou no trabalho [4] que o problema de decidir a solvabilidade é da classe NP-difícil.

## Referências

- [1] Q. GUO, P. NARENDRAN AND D. A. WOLFRAM, *Unification and Matching Modulo Nilpotence*, In Proc. of 13th International Conference on Automated Deduction (CADE13), vol. 1104 of LNCS, pages 261–274, Springer, 1996.
- [2] ZHIQIANG LIU, *Dealing Efficiently with Exclusive-Or, Abelian Groups and Homomorphism in Cryptographic Protocol Analysis. PhD Thesis*, Clarkson University, 2012.
- [3] E. KALTOFEN, M.S. KRISHNAMOORTHY AND B.D. SAUNDERS, *Fast parallel computation of Hermite and Smith forms of polynomial matrices*, In SIAM Journal of Algebraic and Discrete Methods (SIAM j.), vol. 8(4) of LNCS, pages 683–690, 1987.
- [4] K. U. SCHULZ, *A Criterion for Intractability of E-unification with Free Function Symbols and Its Relevance for Combination Algorithms*, In Proc. of 8th International Conference on Rewriting Techniques and Applications (RTA97), vol. 1232 of LNCS, pages 284–298, Springer, 1997.

## Maude in a nutshell with pecan pie

**Christiano Braga** (cbraga@ic.uff.br)  
Instituto de Computação  
Universidade Federal Fluminense

**Abstract.** In this talk we present a short tutorial on Maude and Rewriting Logic. The emphasis is on specification and automated reasoning in Maude. The logical foundations of the reasoning techniques are discussed together with non-trivial examples of their application.

## References

- [1] MANUEL CLAVEL, FRANCISCO DURÁN, STEVEN EKER, PATRICK LINCOLN, NARCISO MARTÍ-OLIET, JOSÉ MESEGUER, CAROLYN TALCOTT, *All About Maude - A High-Performance Logical Framework, How to Specify, Program and Verify Systems in Rewriting Logic*, Lecture Notes in Computer Science, Volume 4350, 2007.
- [2] Maude Manual (Version 2.7.1), July 2016, url:<http://maude.cs.illinois>. (Last accessed: Feb. 10, 2017)
- [3] JOSÉ MESEGUER, *Conditional rewriting logic as a unified model of concurrency*, Theoretical Computer Science, Volume 96, Issue 1, 6 April 1992, Pages 73-155, Elsevier, [http://dx.doi.org/10.1016/0304-3975\(92\)90182-F](http://dx.doi.org/10.1016/0304-3975(92)90182-F).
- [4] CHRISTIANO BRAGA, *Maude in a Nutshell with Pecan Pie, slides and examples*, url: <http://www.ic.uff.br/~cbraga/maude-in-a-nutshell>

## Manutenção e dinamização de vetores de bit para consultas eficientes

**Daniel Saad** (danielsaad88@gmail.com)  
Departamento da Ciência da Computação  
Universidade de Brasília

**Resumo.** Vetores de bits são estruturas de dados fundamentais para construção de Estruturas de Dados Sucintas complexas, tais como: Arranjos de Sufixos comprimidos,  $K^2$ -Trees, Árvores Ordenadas Sucintas, Wavelet-Trees, FM-índices, dentre várias outras. De modo a tornar estas estruturas de dados sucintas em sua versão dinâmica, que permite atualizações, emprego de vetores de bits dinâmicos é essencial. O presente trabalho expõe como manter um vetor de bits dinâmico que possibilite a execução de consultas eficientemente ao privilegiar regiões com poucas atualizações e muitos acessos.

## Referências

- [1] GONZALO NAVARRO AND YAKOV NEKRICH, *Optimal Dynamic Sequence Representations*, SIAM J. Comput., volume 43 (5), pages 1781–1806, 2014. .

- [2] J. IAN MUNRO AND YAKOV NEKRICH, *Compressed Data Structures for Dynamic Sequences*, In Proc. of 23rd Annual European Symposium Algorithms - ESA 2015 -, Patras, Greece, September 14-16, 891–902, 2015.
- [3] RODRIGO GONZÁLEZ AND GONZALO NAVARRO, *Rank/select on dynamic compressed sequences and applications*, Theor. Comput. Sci., volume 410(43), pages 4414–4422, 2009.
- [4] SIMON GOG AND TIMO BELLER AND ALISTAIR MOFFAT AND MATTHIAS PETRI, *From Theory to Practice: Plug and Play with Succinct Data Structures*, In Proc. of 13th International Symposium of Experimental Algorithms, SEA 2014, Copenhagen, Denmark, June 29 - July 1, pages 326–337, 2014.

## Casamento Módulo AC via Grafos Bipartidos

Deivid Vale (deividrodriguesvale@gmail.com)

Departamento de Matemática

Universidade de Brasília

**Resumo.** Neste trabalho estuda-se uma versão mais fraca do problema de unificação para teorias equacionais Associativas-Comutativas (AC). O objetivo é encontrar uma substituição  $\sigma$  tal que  $t\sigma = s$ . Mostraremos que o problema é NP-completo no caso geral e polinomial para o caso restrito de ocorrências distintas de variáveis.

## Referências

- [1] NANTES, DANIELE, *The Intruder Deduction Problem for AC-convergent Locally Stable Theories*, PhD Thesis, Department of Mathematics - University of Brasília and Department of Informatics, King's College London, 2013.
- [2] BENANAV, DAN; KAPUR, DEEPAK AND NARENDRAN, PALIATH, *Complexity of Matching Problems Corporate Research and Development*, General Electric Company / Schenectady, NY.
- [3] PAPADIMITRIOU H., CHRISTOS AND KENNETH, STEIGLITZ, *Combinatorial Optimization Algorithms and Complexity*, Englewood Cliffs, N.J, Prentice Hall, 1982.

## Fragmentos de $MSO_2$ e Quantificação de Relações de Grau Limitado

Francicleber M. Ferreira (fran@lia.ufc.br)

Departamento de Computação

Universidade Federal do Ceará

**Resumo.** Em Teoria dos Modelos Finitos e Complexidade Descritiva estamos interessados em caracterizar o poder expressivo de lógicas com relação a modelos finitos e classes de complexidade

computacional. Nesse contexto, resultados de separação de lógicas são importantes pois podem ser utilizados para separar classes de complexidade computacional. Apresentaremos um resultado de separação entre fragmentos da lógica de segunda-ordem sobre grafos com quantificação restrita conjuntos de arestas de grau limitado.

## Referências

- [1] GRÄDEL, ERICH, ET AL., *Finite Model Theory and its applications*, Springer, 2007.
- [2] FERREIRA, F. M., *Expressiveness and Complexity in Preferential, Hybrid and Transitive Closure Logics. PhD Thesis in Computer Science*, Universidade Federal do Ceará, 2012.

## Some connections between Categories, Logic and Computation

**Hugo L. Mariano** (hugomar@ime.usp.br)  
Instituto de Matemática e Estatística  
Universidade de São Paulo

**Abstract.** In this general talk, we will approach some connections between Categories, Logic and Computation, by the presentation of three cases:

- (i) cartesian closed categories;
- (ii) sketches;
- (iii) institutions.

## References

- [1] J. ADÁMEK, J. ROSICKÝ, *Locally Presentable and Accessible Categories*, Lecture Notes Series of the LMS, 189, Cambridge University Press, 1994.
- [2] M. BARR, C. WELLS, *Category Theory for Computing Science*, Prentice Hall, 1990.
- [3] J. A. GOGUEN, R. M. BURSTALL, *Institutions: abstract model theory for specification and programming*, Journal of the Association for Computing Machinery (JACM), 39(1), 95-146, 1992.
- [4] J. LAMBEK, P.J. SCOTT, *Introduction to Higher-Order Categorical Logic*, Cambridge University Press, 1988.

## Algoritmos genéticos paralelos com troca de indivíduos para ordenar genomas utilizando reversões

**Lucas Angelo** (lucas.angel9@gmail.com)  
Departamento da Ciência da Computação  
Universidade de Brasília

**Resumo.** Rearranjo por reversões é uma operação global adequada para tratar genomas com um único cromossomo. Ordenação de genomas sem sinal utilizando reversões consiste em um problema de otimização o qual foi mostrado ser NP-difícil. A literatura provê vários algoritmos de aproximação, entre eles, em trabalhos anteriores, foi introduzido um algoritmo genético competitivo e sua versão paralela o qual forneceu um substancial ganho de performance de execução. Aqui, será apresentando duas abordagens usando modelos de paralelização para o algoritmo genético citado anteriormente. A primeira abordagem usa topologia unidirecional de comunicação em anel para trocar indivíduos entre ilhas vizinhas e, a segunda usa um esquema de gráfico completo para a distribuição de indivíduos entre ilhas. Ambas as abordagens foram propostas com o objetivo de melhorar a precisão (isto é, para reduzir o número de reversões) e diminuir o tempo de execução em relação ao algoritmo genético. Experimentos foram realizados com genomas sintéticos gerados aleatoriamente, os resultados mostram que a abordagem paralela usando topologia de comunicação em anel supera o algoritmo genético e a sua versão paralela em termos de precisão fornecendo soluções com um número menor de reversões e que a abordagem paralela usando topologia de comunicação com grafo completo não fornece melhorias significativas em relação aos outros algoritmos. Em relação ao tempo de execução, ambas as novas abordagens paralelas obtêm speedups competitivos em relação à aceleração alcançada pela versão paralela do algoritmo genético proposta anteriormente.

## Referências

- [1] D. A. BADER, B. M. MORET, AND M. YAN, *A linear-time algorithm for computing inversion distance between signed permutations with an experimental study*, Journal of Computational Biology, vol. 8, no. 5, pp. 483–491, 2001.
- [2] A. CAPRARA, *Sorting by reversals is difficult*, in Proceedings of the first annual international conference on Computational molecular biology. ACM, 1997, pp. 75–83.
- [3] D. A. CHRISTIE, *A 3/2-approximation algorithm for sorting by reversals*, in Proceedings of the ninth annual ACM-SIAM symposium on Discrete algorithms. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1998, pp. 244–252.
- [4] J. L. SONCCO- ALVAREZ AND M. AYALA-RINCON, *A genetic approach with a simple fitness function for sorting unsigned permutations by reversals*, in Computing Congress (CCC), 2012 7th Colombian. IEEE, 2012, pp. 1–6.
- [5] J. L. SONCCO- ALVAREZ, G. M. ALMEIDA, J. BECKER, AND M. AYALA-RINCON, *Parallelization and virtualization of genetic algorithms for sorting permutations by reversals*, in Nature and Biologically Inspired Computing (NaBIC), 2013 World Congress on. IEEE, 2013, pp. 29–35.

## Lógica de primeira ordem e funções de primeira ordem

**Rodrigo Freire** (freirester@gmail.com)  
Departamento de Filosofia  
Universidade de Brasília

**Resumo.** Esta palestra tem por finalidade apresentar, para a lógica de primeira ordem, objetos semânticos que correspondem de modo relevante às funções de verdade da lógica proposicional.

Usando o método dos isomorfismos parciais, vamos definir as noções relevantes e mostrar o quanto podemos desenvolver um paralelo entre a lógica de primeira ordem e a lógica proposicional.

## Referências

- [1] FREIRE, R. A., *First-Order Logic and First-Order Functions*, Log. Univers. (2015), vol. 9, issue 3, pp. 281-329.

## Isomorfismos Parciais

**Rodrigo Freire** (freirester@gmail.com)

Departamento de Filosofia

Universidade de Brasília

**Objetivos.** Neste minicurso vamos apresentar o método dos isomorfismos parciais com algumas aplicações. Vamos mostrar como a noção de q-isomorfismo parcial pode ser usada para caracterizar a equivalência elementar e a definibilidade de predicados em lógica de primeira ordem. Vamos ainda usar os isomorfismos parciais para construir formas normais disjuntivas para a lógica de primeira ordem. Por fim, vamos deixar indicado como esse método pode ser estendido a outros sistemas lógicos mais expressivos que a lógica de primeira ordem.

## Referências

- [1] FREIRE, R. A., *INTRODUCTORY NOTES ON PARTIAL ISOMORPHISMS*, Lecture Notes, 2017.

## Formalização da Terminação de Especificações Funcionais

**Thiago M. F. Ramos** (thiagomendoncaferreiraramos@yahoo.com.br)

Departamento da Ciência da Computação

Universidade de Brasília

**Resumo.** Terminação é uma parte crítica de especificação de correção de programas. Verificar automaticamente terminação de um programa é conhecido como Problema da Parada e Turing provou que é um problema indecidível. Apesar disso, é possível construir programas de semi decisão que verifica terminação, que responde ‘sim’ se o algoritmo para e ‘talvez’ se não é conhecido. Para construir esses programas de semi decisão é necessário diferentes noções de terminação, provando que todas noções são equivalentes. Neste trabalho, noções de terminação são formalizadas equivalentes para uma linguagem funcional de primeira ordem PVS0 usando o assistente de prova Prototype Verification System. Essas noções são: as funções produzem uma saída, a árvore de chamado de funções tem tamanho finito (ambas as noções são chamadas terminação semântica), e os argumentos das funções decrescem para cada chamado recursivo (essa noção é chamada ranking function). As contribuições desse trabalho incluem a formalização de equivalência entre noções de terminação semântica e *ranking function*, formalização de indecidibilidade do Problema da Parada e Turing-Completude de PVS0.

## Referências

- [1] PANAGIOTIS MANOLIOS AND DARON VROON, *Termination Analysis with Calling Context Graphs*, In Thomas Ball and RobertB. Jones, editors, Computer Aided Verification, volume 4144 of Lecture Notes in Computer Science, pages 401–414. Springer Berlin Heidelberg, 2006.
- [2] ANDRÉIA B. AVELAR, *Formalização da automação da terminação através de grafos com matrizes de medida*, PhD thesis, Universidade de Brasília, Departamento de Matemática, Brasília, Distrito Federal, Brasil, 2015.
- [3] THIAGO RAMOS AND MAURICIO AYALA-RINCÓN, *Formalization of the undecidability of the halting problem for a turing complete functional language*, In Submetido para Escola de Informática Teórica e Métodos Formais, 2016.
- [4] BYRON COOK, ANDREAS PODELSKI, AND ANDREY RYBALCHENKO, *Proving program termination*, Commun. ACM, 54(5):88–98, May 2011.
- [5] CHIN SOON LEE, NEIL D. JONES, AND AMIR M. BEN-AMRAM, *The size-change principle for program termination*, In Proceedings of the 28th ACM SIGPLAN-SIGACT Symposium on Principles of Programming Languages, POPL '01, pages 81–92, New York, NY, USA, 2001. ACM.

## A Formalisation of Nominal Unification Modulo C and AC

Washington L. R. de Carvalho Segundo (wtonribeiro@gmail.com)

Departamento da Ciência da Computação

Universidade de Brasília

**Abstract.** *Unification, matching and checking equality* are basic operations in a lot contexts. For example, in:

- a) **linear programming**: equational systems are transformed to simpler “*equivalent*” ones;
- b) **information retrieval** needs to search for matchings to a particular string; and
- c) **programming languages**: unification is the core of *type checking* and *type inference* process.

The “*equivalence*” between two objects can be extended to more complex relations. For instance, if one has the definition of a function, the names of its parameters will be irrelevant. Example:

$$\text{def1: } \ln(x) := x \mapsto \int_1^x \frac{dx}{x} \quad \text{and} \quad \text{def2: } \ln(u) := u \mapsto \int_1^u \frac{dw}{w}$$

In the above definitions both functions have the same behaviour, although the names of variables are different. It is also necessary to note that particularly in **def1** are two “*binding scopes of x*”: first  $x$  was used as the top limit of the integral, and  $x$  was also in the body of the differential  $dx$ . These two scopes were nested and the name  $x$  was used for completely different purposes. So in **def2** this difference are explicated by choosing different names  $u$  and  $v$  for different binding scopes.

Another way to extend the notion of equality between objects is to consider some properties over the function symbols, such as: *associativity, commutativity, distributivity, neutral element, etc.* These properties occur very often in many operators. The main examples are the basic logical connectives (*disjunction* and *conjunction*), and the operators of *union* and *intersection* of the set theory.

We are presenting a formalisation of a unification procedure that uses the **nominal approach** to deal with binding, and it also allows the occurrence of an enumerable set of **C** function symbols.



This procedure was shown to be terminant and correct, and we hope that an extension of these proofs, including also **A** and **AC** function symbols, won't be hard to be done. Moreover, when we started writing the proof of the completeness of the procedure, it gave us a clue that the cardinality of the solutions set has changed. We have as result that **nominal commutative unification** may give rise to an infinite minimal complete set of solutions.

Joint work with *Mauricio Ayala-Rincón* (CIC/UnB), *Maribel Fernández* (King's College London) and *Daniele Nantes-Sobrinho* (MAT/UnB).

## References

- [1] AYALA-RINCÓN, M. AND CARVALHO-SEGUNDO, W. AND FERNÁNDEZ, M. AND NANTES-SOBRINHO, D., *A Formalisation of Nominal Equivalence with Associative-Commutative Function Symbols*, Logical and Semantic Frameworks with Applications, 78–93 (2016).Post proceedings version accepted for publication in ENTCS.
- [2] AYALA-RINCÓN, M. AND FERNÁNDEZ, M. AND ROCHA-OLIVEIRA, A. C., *Completeness in PVS of a Nominal Unification Algorithm*, In Proc. of the 10th Workshop on Logical and Semantic Frameworks, with Applications (LSFA 2015), volume 322 of ENTCS, 57-74, 2016.
- [3] FERNÁNDEZ, M. AND GABBAY, M. J., *Nominal Rewriting*, Information and Computation, 6, 917-965, 2007.
- [4] KAPUR, D. AND NARENDRAN, P., *Complexity of Unification Problems with Associative-Commutative Operators*, Journal of Automated Reasoning, 1, 261–288 (1992).

## Index

- Abílio Lemos, 5  
Abiel Costa Macedo, 11  
Adán J. Corcho, 11  
Adilson Eduardo Presoto, 12  
Adriana Neumann de Oliveira, 76  
Adriano Possebon Rosa, 71  
Alessandra Lisboa da Silva, 45  
Alex Carrazedo Dantas, 5  
Alireza Khatib, 12  
Alison Marcelo Van Der Laan Melo, 76  
Ana Gabriella de Oliveira Sardinha, 24  
Ana Paula Chaves, 6  
Andréia Júlio de Oliveira Rocha, 44  
Andrea Genovese de Oliveira, 71  
Andreia Júlio de Oliveira Rocha, 25  
Antônio Villar Marques de Sá, 43, 65, 67  
Antonio Luiz Melo, 39  
Ariane Alve , 89  
Armando Mauro Vasquez Corro, 69  
Artur Oscar Lopes, 76  
Augusto César dos Reis Costa, 12
- Benito Pires, 82  
Bruna Alves Costa, 25  
Bruno de Assim Delboni, 90  
Bruno Marx de Aquino Braga, 26  
Bruno Santos Ferreira, 41
- Cília Cardoso Rodrigues da Silva, 28  
Cármem Lúcia Brancaglioni Passos, 26  
Carlos Alberto Maquera Apaza, 82  
Carmyra Oliveira Batista, 27  
Christian Horacio Olivera, 77  
Christiano Braga, 91  
Cleyton Hércules Gontijo, 36  
Cristiano Alberto Muniz, 56
- Dahisy Lima, 83  
Dalton Francisco Andrade, 77  
Daniel Perdigão, 29  
Daniel Saad, 91  
Dayane Palmer de Oliveira, 50  
Deivid Vale, 92  
Dessislava H. Kochloukova, 6  
Diego Catalano Ferraioli, 69  
Diogo Diniz Pereira da Silva e Silva, 6  
Diogo Getulio Freire, 30
- Douglas Oliveira de Lima, 31
- Edcarlos Domingos da Silva, 13  
Edgard Pimentel, 13  
Edilene Simões Costa dos Santos, 27  
Edson Ferreira da Costa Junior, 32  
Eduard Toon, 13  
Eimard Gomes Antunes do Nascimento, 34  
Elisabeth Cristina de Faria, 32  
Erondina Barbosa da Silva, 35  
Everaldo Medeiros, 14
- Fabiana Barros de Araújo e Silva, 36  
Fabio Enrique Brochero Martinez, 7  
Fernando Manfio, 69  
Filipe Dantas dos Santos, 14  
Francicleber M. Ferreira, 92
- Gabriel Ponce, 83  
Gabriela Planas, 14  
Gesse Arantes de Roure Neto, 72  
Gilberto Lacerda dos Santos, 41  
Giovany Figueiredo, 15  
Grigori Chapiro, 73
- Hélio V. M. Tozatti, 84  
Hugo Alexander de la Cruz Cansino, 78  
Hugo L. Mariano, 93
- Igor dos Santos Lima, 7  
Ilir Snopche, 8  
Iran Abreu Mendes, 37  
Irene Naomi Nakaoka, 8
- Jairo Kras Mengue, 86  
Janaína Mendes Pereira da Silva, 54  
Janice Pereira Lopes, 50  
Jaqueline Araújo Civardi, 38  
Jaqueline Godoy Mesquita, 16  
Jeferson Teixeira de Freitas, 39  
Jorge Barros de Abreu, 40  
Jorge Cássio C. Nóbriga, 41  
José Carlos de Oliveira Junior, 16  
Josiane Stein, 78  
Josinalva Estacio Menezes, 42  
Juliana Pimentel, 17
- Karly Barbosa Alvarenga, 32  
Kaye Oliveira da Silva, 17

- Keila Cristina de Araújo Reis, 43  
Kisnney Emiliano de Almeida, 9  
Kostiantyn Iusenko, 9
- Leonardo Monteiro de Sousa, 44  
Luís Dionísio Paz Lapa, 45  
Lucas Angelo, 94  
Lucas C. Seco Ferreira , 86  
Lurdes Serrazina , 28
- Márcia Federson, 18  
Mônica Menezes de Souza, 27  
Mônica Regina Colaço dos Santos, 49  
Manuela da Silva Souza, 9  
Marcelo Rempel Ebert, 18  
Marcone Correa Pereira, 18  
Marcos Leadro Mendes Carvalho, 18  
Marcos Paulo Barbosa, 45  
Maria Luiza de Oliveira Silva, 46  
Marli Alves Flores Melo, 48  
Martin Bohner, 19  
Matheus Brito, 9  
Maxwell Lizete, 20  
Mikaella Lima Gomes, 49
- Nathália Duarte da Silva, 53  
Nayra Thayne Cena de Oliveira, 50  
Nicola Sambonet, 10  
Nilton Moura Barroso Neto, 66  
Nilza Eigenheer Bertoni, 51
- Olimpio Miyagaki, 20  
Olinto de Oliveira Santos, 52
- Patrícia Hilário Tacuri, 20  
Paulo Henrique de Azevedo Rodrigues, 10  
Paulo R. C. Ruffino, 79  
Paulo Victor Reis Moreira, 53  
Paulo Vinícius Pereira de Lima, 54, 55  
Pedro José Catuogno, 79  
Pedro Ubilla, 20  
Pierluigi Benevieri, 21
- Régis Varão, 87  
Raimunda de Oliveira, 56  
Raimundo de Araújo Bastos Júnior, 29, 65  
Raquel Lehrer, 22  
Raul Rodrigues de Oliveira, 32  
Regina da Silva Pina Neves, 41, 46, 53, 54  
Ricardo Nunes de Oliveira, 7  
Ricardo Parreira da Silva, 22
- Roberto Vila Gabriel, 80  
Rodrigo Freire, 94, 95  
Rodrigo Rodrigues de Oliveira, 57  
Romildo Pina, 70  
Rosália Policarpo Fagundes de Carvalho, 27  
Rui M. Lima e Diana Mesquita, 58, 60
- Sílvia Regina Costa Lopes, 80  
Sônia Regina da Silva Miranda, 57  
Saddo Ag Almouloud, 61  
Samuel Canevari, 70  
Sandra Bento de Carvalho, 57  
Shyam Sumanta Das, 74  
Solange Hassan Ahmad Ali Fernandes, 63  
Stephanie Coomans, 41  
Suélio Alves de Moura, 81
- Thiago do Rêgo Sousa, 81  
Thiago Henrique Santos Torres, 65  
Thiago M. F. Ramos, 95  
Tiago H. Picon, 23
- Valdir Sodré dos Santos, 49, 55  
Vinícius de Carvalho Rispoli, 31  
Virginia Perpetuo Guimarães Pin, 65  
VTânia Schmitt , 64
- Washington L. R. de Carvalho Segundo, 96  
Wellington Fernandes de Sousa, 66  
Wesley Pereira da Silva, 67
- Yuri Dumaresq Sobral, 75



Universidade de Brasília

## Departamento de Matemática

Campus Universitário Darcy Ribeiros  
70910-900

Brasília | DF - Brasil

<http://www.mat.unb.br>

[secretaria@mat.unb.br](mailto:secretaria@mat.unb.br)

Telefone:

+ 55 (61) 3107-7236 (Secretaria)

+ 55 (61) 3107-6481 (Graduação)

+ 55 (61) 3107-6482 (Pós-Graduação)

Graduação em Matemática

Mestrado Profissional em Matemática

Mestrado e Doutorado em Matemática

### Sobre a Fundação Athos Bulcão

A Fundação Athos Bulcão é uma instituição sem fins lucrativos, de direito privado e de utilidade pública distrital, que conserva, pesquisa, comunica, documenta, investiga e expõe o acervo de Athos Bulcão para fins de estudo, apreciação e educação. Investir e preservar o patrimônio cultural é trabalho permanente da instituição, que a partir disso, desenvolve projetos e ações que utilizam os bens culturais deixados por Athos Bulcão como recursos educacionais, turísticos e de entretenimento, estimulando em seu público uma percepção crítica da realidade, valorização da arte brasileira e seu patrimônio e do conhecimento.

Possui um acervo de obras, estudos e projetos do artista, que exhibe em sua galeria. Em sua loja, comercializa múltiplos de arte que tomam emprestadas as formas e as cores das obras de Athos Bulcão, além de publicações, gravuras e molduras com os famosos azulejos. Visite [www.fundathos.org.br](http://www.fundathos.org.br) para conhecer mais sobre a obra de Athos e a Fundação.

