Primeira Prova
Introdução à Teoria dos Grafos

Instituto de Ciências Exatas, Universidade de Brasília
Prof. Mauricio Ayala Rincón

26 de outubro de 2000

Nome:	Matrícula:

Duração: 110 min.
Inicio: 19:00 Entrega: 20:50
1 Página, 5 Questões.

1. (1.0 ponto) **Conceitos básicos**. Demonstre que um grafo não dirigido conexo, $G = (V, E)$, satisfaz sempre $|E| \geq |V| - 1$.

2. (1.5 pontos) **Busca por extensão**.

   (a) (1.0 ponto) Explique como utilizar o método de busca por extensão para determinar se um grafo é *bipartido*.

   (b) (0.5 pontos) Considere o grafo não dirigido $G = (V, E)$, que pode ser descrito como um cubo de $3 \times 3 \times 3$ vértices, que estão ligados unicamente por arestas na vertical, em profundidade e na horizontal para vértices vizinhos. G não tem arestas nas diagonais. É este um grafo bipartido? Use a técnica do item anterior.

3. (1.0 ponto) **Busca em profundidade**. Explique como utilizar a busca em profundidade para determinar se um grafo não dirigido contém ciclos. Apresente sua solução sem se preocupar pela sua eficiência.

4. (1.0 ponto) **Árvores de expansão mínimas**. Demonstre que um grafo não dirigido $G = (V, E)$ com função de custos $w : E \to \mathbb{R}$, tal que os custos são diferentes para cada par de arestas (i.e., w é uma função *injectiva*), tem uma árvore de expansão mínima única.

5. (1.0 ponto) **Busca de caminhos mínimos**. Explique os algoritmos de Dijkstra e Bellman-Ford para construção de caminhos mínimos desde um vértice-fonte simples. Em particular, especifique:

   (a) (0.5 pontos) a diferente maneira como eles aplicam os passos de relaxamento de arestas e

   (b) (0.5 pontos) como eles se diferençam no tratamento de arestas de custo negativo.

Boa sorte!