Linguagens Formais e Autômatos
Lista de Exercícios Sobre Gramáticas Livres de Contexto, Sensíveis ao Contexto e Irrestritas, Autômatos à Pilha e Linearmente Limitados e Máquinas de Turing, Linguagens Livres de Contexto, Sensíveis ao Contexto, Recursivas e Recursivamente Enumeráveis

16 de junho de 1999

Prof. Mauricio Ayala

Entrega: antes do 27 de julho de 1999 em grupos de máximo quatro pessoas.

1. Construa gramáticas irrestritas (generativas) para gerar as seguintes linguagens:
   (a) $\{a^i b^j a^i b^j \mid i, j \geq 0\}$;
   (b) $\{a^i b^i c^i d^i \mid i \geq 0\}$;
   (c) $\{www \mid w \in \{a, b\}^*\}$.

2. Demonstre que a seguinte gramática gera a linguagem das palavras da forma $a^i b^i c^i$, $i \geq 0$.

$$\begin{aligned} &S \to aAbc|\lambda \\ &A \to aAbC|\lambda \\ &Cb \to bC \\ &Cc \to cc \end{aligned}$$

3. Demonstre que as linguagens recursivamente enumeráveis são fechadas sob união, interseção, concatenação, estrelha de Kleene e imágens homomorfas.

4. Seja G a gramática monotóna

$$\begin{aligned} G: \quad &S \to SBA|a \\ &BA \to AB \\ &aA \to aaB \\ &B \to b \end{aligned}$$

   Determine $L(G)$ e construa uma gramática livre de contexto que gere $L(G)$.

5. Demonstre usando o lema de bombeamento para gramáticas livres de contexto que $L = \{a^i b^{2i} a^i \mid i > 0\}$ não é livre de contexto e construa uma gramática sensível ao contexto, G, que gere L e um autômato linearmente limitado que aceite L.

6. Seja T uma árvore binária completa. Um passeio em T é uma sequência de passos descendente à esquerda (L), descendente à direita (R) ou ascendente (U). Os passeios em T podem então ser identificados como uma linguagem sobre o alfabeto $\{L, R, U\}$. Considere a linguegem L_p de passeios que iniciam e terminam na raiz; por exemplo, $\lambda, LU, RU, LLRUUURU$, etc. Determine a classificação de L_p na hierarquia de Chomsky.

7. Construa uma TM cujas computações decidam a primalidade de um número natural representado em unário: n corresponde a uma sequência de $n + 1$ 1's, para $n \geq 0$.

8. Construa uma TM para resolver o problema de se um número natural representado em unário é da forma "2^n".

9. Descreva uma TM que decida se dada uma TM arbitrária M com entrada w a computação pára em menos de 100 transições.

10. Demonstre que não existe algoritmo para decidir o problema de se uma TM arbitrária pára com entrada 101.

11. Demonstre que no existe algoritmo para determinar se uma TM arbitrária pára para alguma entrada.

12. Prove que é impossível decidir se uma TM arbitrária com entrada w reentra no seu estado inicial após a transição inicial.

13. Use o teorema de Rice para provar que as seguintes propriedades de linguagens recursivamente enumeráveis são indecidíveis:

    (a) L contém uma palavra fixa w;

    (b) L é finita;

    (c) L é regular;

    (d) L é $\{0,1\}^*$.

14. Seja $L = \{R(M) \mid M$ pára executada com $R(M)\}$. Demonstre que L não é recursiva mas é recursivamente enumerável.

15. Demonstre que a linguagem $L_{\neq\emptyset} = \{R(M) \mid L(M) \neq \emptyset\}$ é recursivamente enumerável.

16. Demonstre que o problema de correspondência de Post para sistemas com um alfabeto unário é decidível.

Alguns exercícios sugeridos do livro de Taylor (*Models of Computation and Formal Languages*): 1.3.4, 1.4.7, 1.6.1, 2.7.1, 2.7.2, 2.7.3, 2.7.4, 2.6.4, 3.3.1, 3.3.2, 3.7.1, 3.7.4, 8.1.2, 8.1.3, 8.2.1, 8.2.2, 8.2.3, 8.3.5, 8.3.6, 8.3.7, 8.3.9, 8.4.4, 8.4.5