

Universidade de Brasília - Instituto de Ciências Exatas  
Programa de Pós-Graduação em Informática  
316482 Tópicos em Formalismos da Computação: Teoria de Tipos  
328405 Teoria de Tipos

Mauricio Ayala-Rincón  
[ayala@unb.br](mailto:ayala@unb.br)  
[www.cic.unb.br/~ayala](http://www.cic.unb.br/~ayala)

## 1 Introdução

A disciplina neste semestre terá uma ementa em *Teoria de Tipos Simples*. Serão estudados os fundamentos desta teoria e as suas aplicações atuais na teoria e prática da computação e matemática.

- O isomorfismo de Curry-Howard: correspondência entre verificação de tipos e dedução lógica
- Suplementar: outros sistemas de tipos, o  $\lambda$ -cubo de Barendregt e os problemas de inferência e de existência de habitantes de tipos

## 2 Descrição da disciplina

**Pré-requisitos** São desejáveis, mas não essenciais, noções básicas de lógica formal e certa familiaridade com alguma linguagem programação ou ambiente assistente de provas, como os sistemas de cálculo algébrico.

As noções fundamentais da disciplina, i.e., *dedução lógica, relações abstratas de redução e sistemas de reescrita*, assim como o *cálculo lambda* e as suas propriedades computacionais, serão introduzidas na própria disciplina (e.g. [2, 1, ?] e [3, 7], resp.).

**Objetivos** Familiarizar-se-á o estudante com os fundamentos e história do cálculo lambda desde a sua criação por Alonso Church nos anos 1932/33 e com as subsequentes extensões com tipos deste cálculo, iniciadas pelo próprio Church em 1940. O foco da apresentação será na utilização destes sistemas de tipos para a implementação de linguagens de computação (programação, especificação e verificação e algébricas) modernas.

### Conteúdo

#### TEORIA DE TIPOS

- O cálculo lambda livre de tipos
  - Definição de tipos *à la* Curry
  - Definição de tipos *à la* Church
1. 2<sup>a</sup>, 09.03 Introdução/Motivação
  2. 4<sup>a</sup>, 11.03 Lambda cálculo livre de tipos
  3. 2<sup>a</sup>, 23.03  $\beta$ ,  $\eta$  e  $\beta\eta$  relações
  4. 4<sup>a</sup>, 25.03 Confluência, normalização forte e fraca
  5. 2<sup>a</sup>, 30.03 Sistema de tipos simples
  6. 4<sup>a</sup>, 01.04 Redução do sujeito
  7. 2<sup>a</sup>, 06.04 Expansão do sujeito
  8. 4<sup>a</sup>, 08.04 Tipabilidade
  9. 2<sup>a</sup>, 13.04 Tipos principais
  10. 4<sup>a</sup>, 15.04 Unificação e inferência de tipos

## 3 Avaliação

Baseada em duas provas de peso 3.5, participação e preparação de seminário de peso 3.

## 4 Cronograma de atividades

A referência principal é [8]. Adicionalmente utilizaremos [4].

### Cálculo lambda com tipos simples

1. 2<sup>a</sup>, 09.03 Introdução/Motivação
2. 4<sup>a</sup>, 11.03 Lambda cálculo livre de tipos
3. 2<sup>a</sup>, 23.03  $\beta$ ,  $\eta$  e  $\beta\eta$  relações
4. 4<sup>a</sup>, 25.03 Confluência, normalização forte e fraca
5. 2<sup>a</sup>, 30.03 Sistema de tipos simples
6. 4<sup>a</sup>, 01.04 Redução do sujeito
7. 2<sup>a</sup>, 06.04 Expansão do sujeito
8. 4<sup>a</sup>, 08.04 Tipabilidade
9. 2<sup>a</sup>, 13.04 Tipos principais
10. 4<sup>a</sup>, 15.04 Unificação e inferência de tipos

11. 2<sup>a</sup>, 20.04 Algoritmo para construção de tipos principais
12. 4<sup>a</sup>, 22.04 Algoritmo para construção de tipos principais
13. 2<sup>a</sup>, 27.04 PRIMEIRA PROVA
14. 4<sup>a</sup>, 29.04 Tipos e igualdade
15. 2<sup>a</sup>, 04.05 Propriedades: normalização fraca, tipos principais etc
16. 4<sup>a</sup>, 06.05 Semântica e completude
17. 2<sup>a</sup>, 11.05 Termos tipados o decorados com tipos
18. 4<sup>a</sup>, 13.05 Curry versus Church
19. 2<sup>a</sup>, 18.05 Isomorfismo de Curry-Howard: tipos y programas
20. 4<sup>a</sup>, 20.05 Lógica intuicionista
21. 2<sup>a</sup>, 25.05 Correspondência
22. 4<sup>a</sup>, 27.05 Outras lógicas
23. 2<sup>a</sup>, 01.06 Tipos de intersecção
24. 4<sup>a</sup>, 03.06 Tipos de intersecção e cubo de Barendregt
25. 2<sup>a</sup>, 08.06 Tipos de intersecção e o cubo de Barendregt
26. 4<sup>a</sup>, 10.06 SEGUNDA PROVA
27. 2<sup>a</sup>, 15.06 O problema de existência de habitantes
28. 4<sup>a</sup>, 17.06 O problema de existência de habitantes
29. 2<sup>a</sup>, 22.06 SEMINARIOS
30. 4<sup>a</sup>, 24.06 SEMINARIOS
31. 2<sup>a</sup>, 29.06 SEMINARIOS
32. 4<sup>a</sup>, 01.07 SEMINARIOS

## Bibliografia

- [1] M. Ayala-Rincón and F.L.C. de Moura. *Fundamentos da Programação Lógica e Funcional - O Princípio de Resolução e a Teoria de Reescrita*. Ed. UnB, 2014.
- [2] F. Baader and T. Nipkow. *Term Rewriting and All That*. Cambridge University Press, 1998.
- [3] H. Barendregt. *The Lambda Calculus : Its Syntax and Semantics*. Studies in Logic. College Publications, 2012.
- [4] H. P. Barendregt, W. Dekkers, and R. Statman. *Lambda Calculus with Types*. Perspectives in logic. Cambridge University Press, 2013.
- [5] K. Bimbó. *Proof Theory: Sequent Calculi and Related Formalisms*. CRC Press, Boca Raton, FL, 2015.
- [6] A. Church. A formulation of the simple theory of types. *Journal of Symbolic Logic*, 5:56–68, 1940.
- [7] C. Hankin. *An Introduction to Lambda Calculi for Computer Scientists*. Texts in Computing. King's College London, 2004.
- [8] J.R. Hindley. *Basic Simple Type Theory*. Number 42 in Cambridge Tracts in Theoretical Computer Science. Cambridge, 1997.
- [9] F. D. Kamareddine, T. Laan, and R. Nederpelt. *A Modern Perspective on Type Theory*. Number 29 in Applied Logic Series. Kluwer, 2004.
- [10] R. Nederpelt and H. Geuvers. *Type Theory and Formal Proofs An Introduction*. Cambridge University Press, 2014.
- [11] I.H. Poernomo, J.N. Crossley, and M. Wirsing. *Adapting Proofs-as-Programs - The Curry-Howard Protocol*. Springer-Verlag, 2004.
- [12] H. Simmons. *Derivation and Computation: taking the Curry-Howard correspondence seriously*. Number 51 in Cambridge Tracts in Theoretical Computer Science. Cambridge, 2000.