

# Verificação Formal em PVS do Sistema KB2D de Resolução de Conflitos de Tráfego Aéreo

**André Luiz Galdino<sup>1</sup>**

Universidade de Brasília  
Departamento de Matemática

<sup>1</sup>Universidade Federal de Goiás  
Campus de Catalão  
Liberado, para cursar doutorado, pelo  
Departamento de Matemática

Orientador: Mauricio Ayala-Rincón

01 de Dezembro de 2005, 3º Seminário Informal (mas Formal!)

# Plano da Apresentação

- Problema
- Solução 2-dimensional
- Descrição da Ferramenta de Verificação: PVS
- Conclusões e Trabalho Futuro

# Problema

- **TCAS** - *Traffic Alert and Collision Avoidance System.*
- **RR3D** - Algoritmo de Resolução e Recuperação desenvolvido pelo *ICASE - NASA Langley Research Center*, atual NIA.
- **KB3D** - combina Mudança de Direção e Mudança de Velocidade Horizontal.

# Problema

- **TCAS** - *Traffic Alert and Collision Avoidance System.*
- **RR3D** - Algoritmo de Resolução e Recuperação desenvolvido pelo *ICASE - NASA Langley Research Center*, atual NIA.
- **KB3D** - combina Mudança de Direção e Mudança de Velocidade Horizontal.

# Problema

- **TCAS** - *Traffic Alert and Collision Avoidance System.*
- **RR3D** - Algoritmo de Resolução e Recuperação desenvolvido pelo *ICASE - NASA Langley Research Center*, atual NIA.
- **KB3D** - combina Mudança de Direção e Mudança de Velocidade Horizontal.

# Problema

- **TCAS** - *Traffic Alert and Collision Avoidance System.*
- **RR3D** - Algoritmo de Resolução e Recuperação desenvolvido pelo *ICASE - NASA Langley Research Center*, atual NIA.
- **KB3D** - combina Mudança de Direção e Mudança de Velocidade Horizontal.

# Definições e Conceitos Básicos

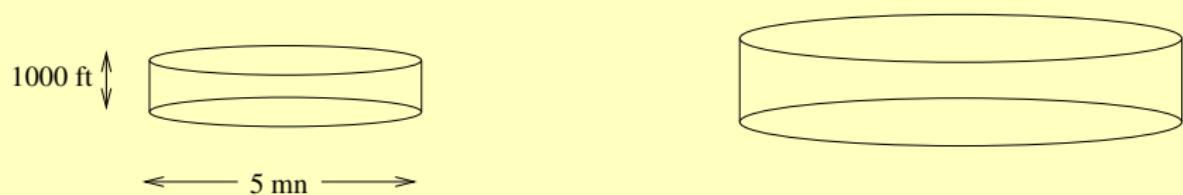
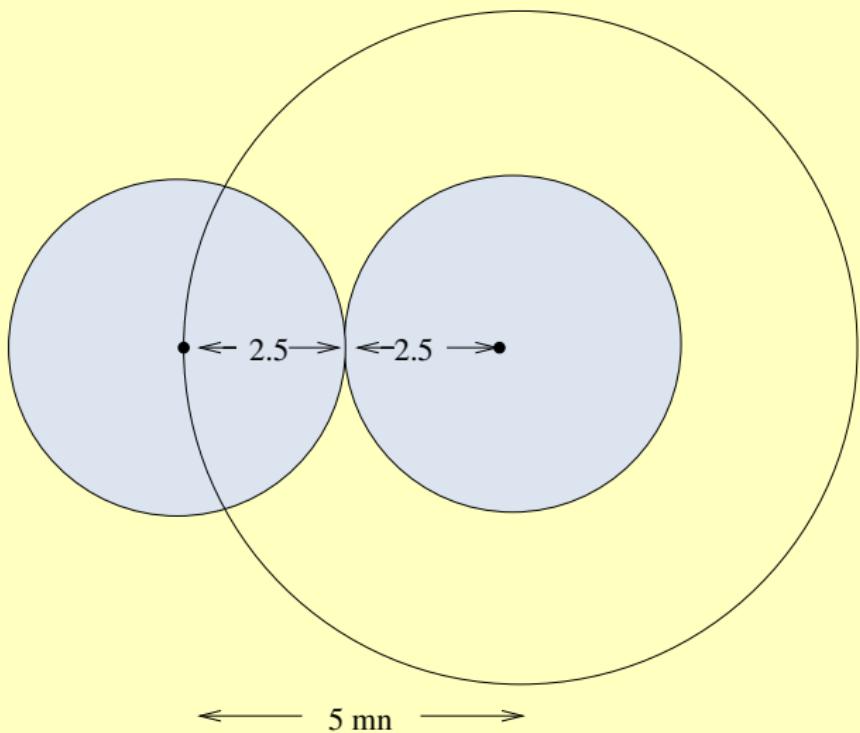


Figure: Zona de Exclusão e Zona de Proteção

- **Zona de Exclusão:** é um cilíndro centrada na aeronave.
- **Zona de Proteção:** é um cilíndro com o dobro das medidas da *Zona de Exclusão*.

# Definições e Conceitos Básicos



# Definições e Conceitos Básicos

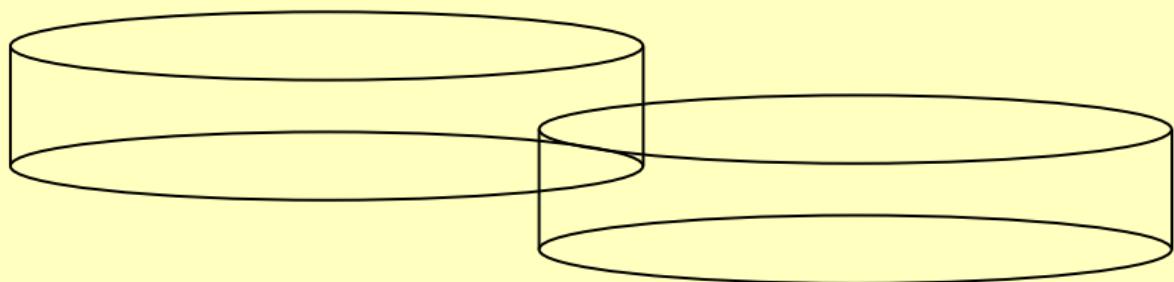
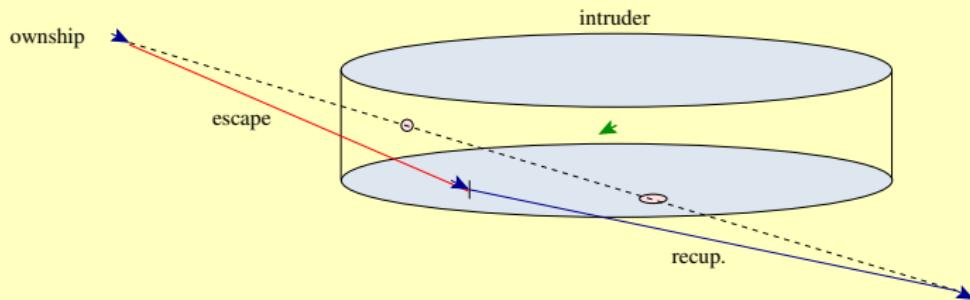


Figure: Conflito

- **Conflito:** Considera-se um conflito entre duas aeronaves a sobreposição de suas zonas de exclusão.

# Definições e Conceitos Básicos



- **Trajetória de Escape** para a aeronave *ownship*, fornecida imediatamente após detectar um possível conflito com a aeronave *intruder*
- **Trajetória de Recuperação** para a aeronave *ownship* que redireciona-a ao seu caminho original, após, finalizada a trajetória de escape

# Algoritmo de Detecção e Resolução de Conflitos

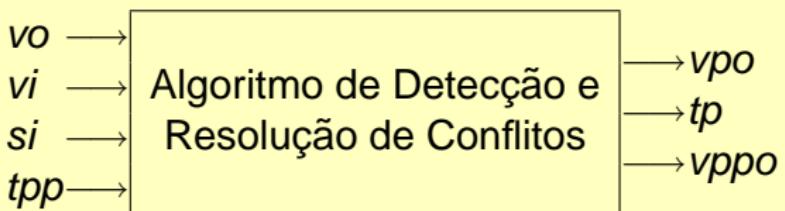
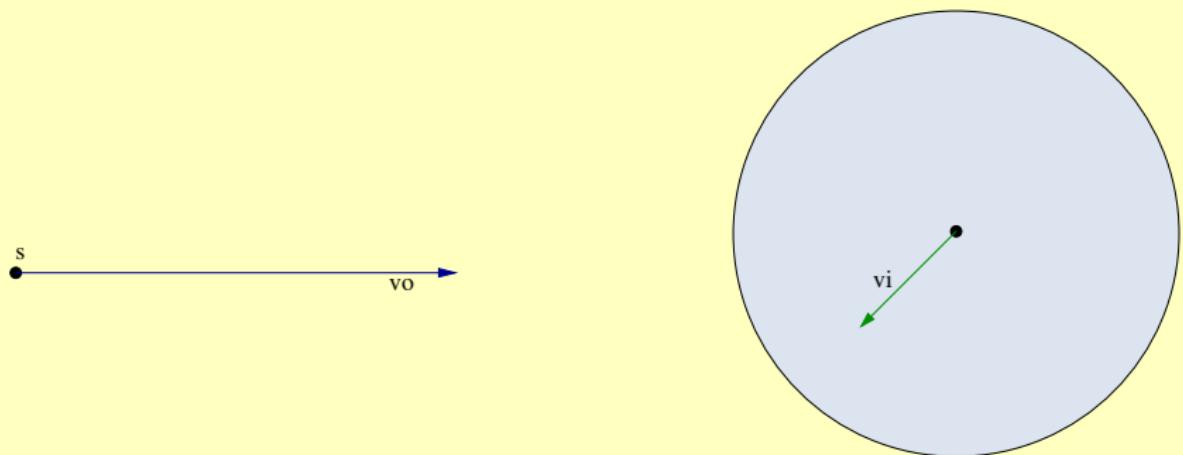


Figure: Entradas/Saídas do Algoritmo Detecção e Resolução de Conflitos

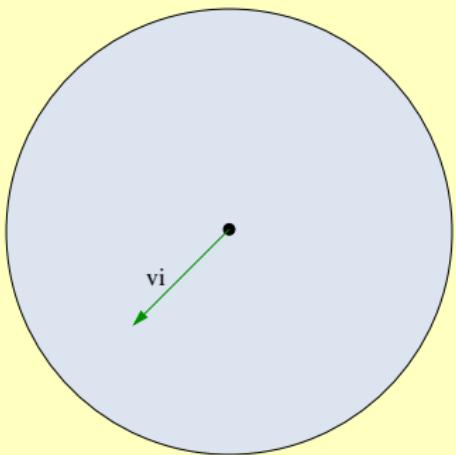
*vo* Vel. do *ownship*  
*vi* Vel. do *intruder*  
*si* Posição do *intruder*  
*tpp* Tempo final da trajetória

*vpo* Vel. escape  
*tp* Tempo de troca  
*vppo* Vel. recuperação

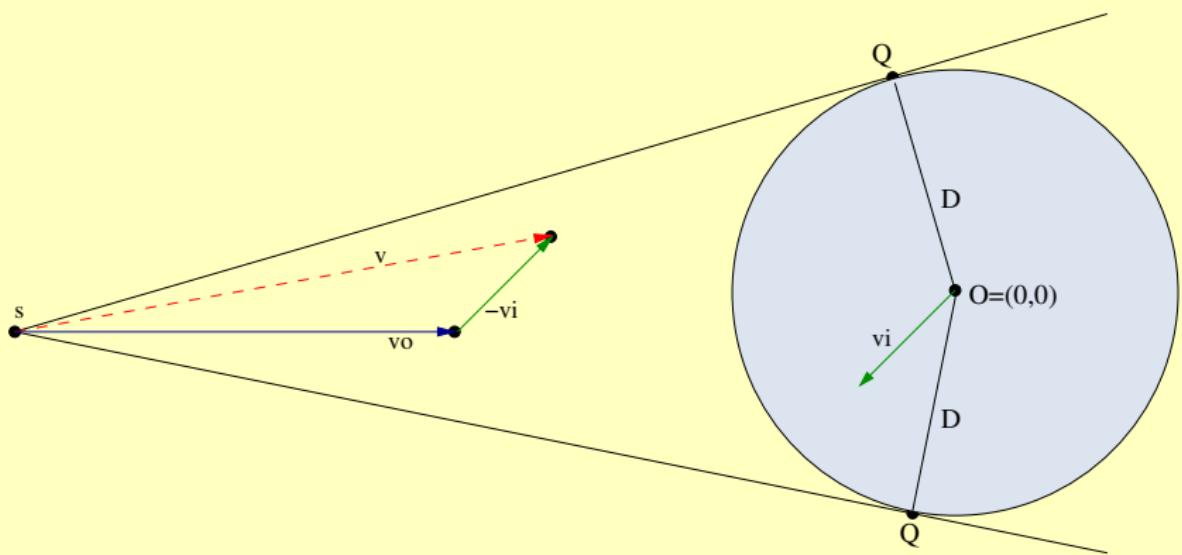
# Solução Geométrica 2-dimensional



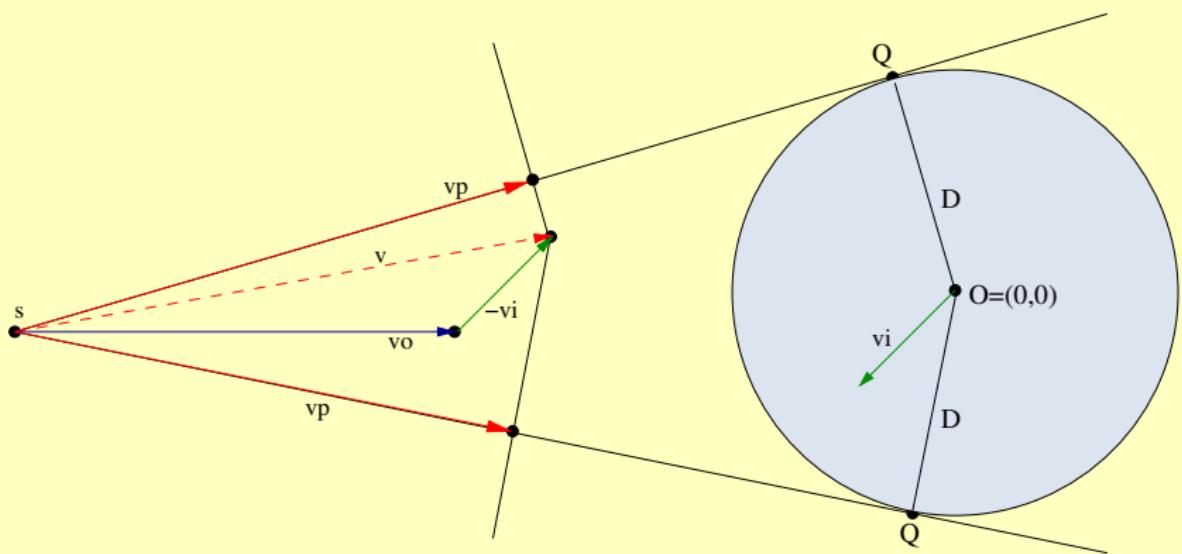
# Solução Geométrica 2-dimensional



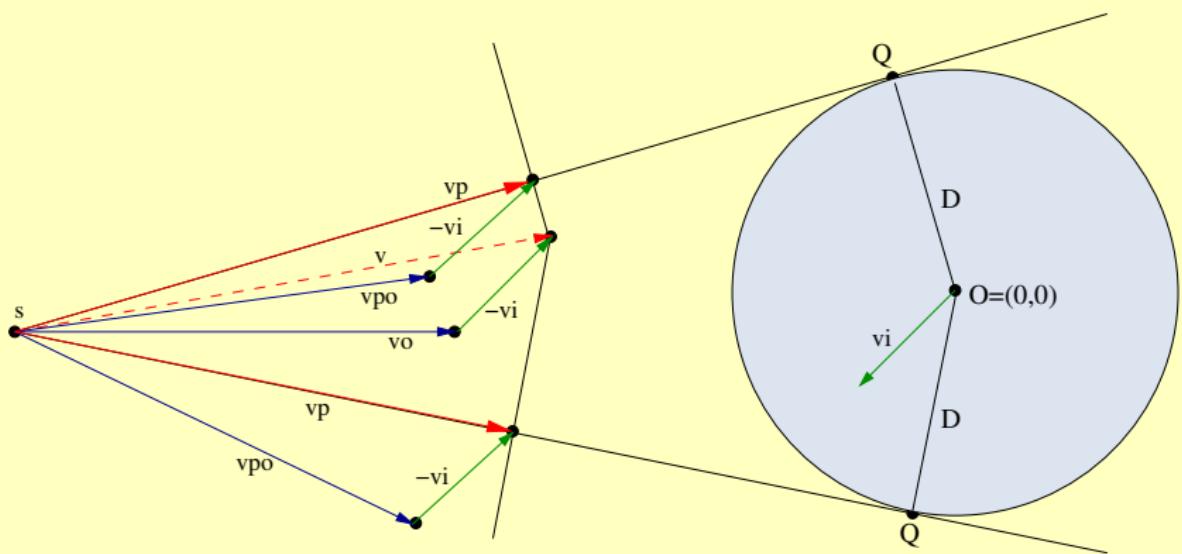
# Solução Geométrica 2-dimensional



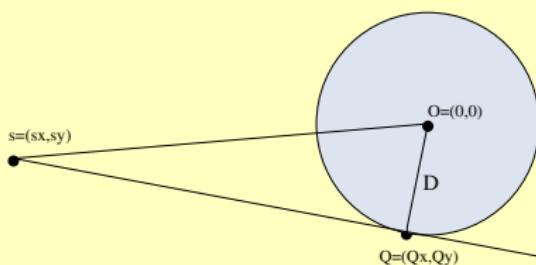
# Solução Geométrica 2-dimensional



# Solução Geométrica 2-dimensional



# Solução Analítica



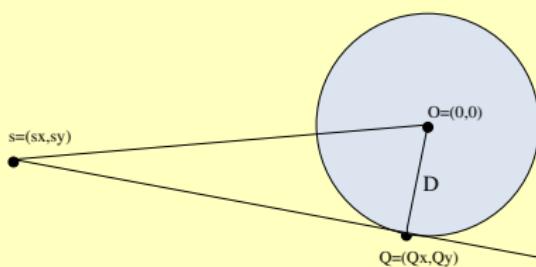
- Teorema de Pitágoras:

$$(Qx - sx)^2 + (Qy - sy)^2 + D^2 = sx^2 + sy^2 \Rightarrow sx \cdot Qx + sy \cdot Qy = D^2$$

- Q ponto de tangência:  $Qx^2 + Qy^2 = D^2$

$$\begin{cases} sx \cdot Qx + sy \cdot Qy &= D^2 \\ Qx^2 + Qy^2 &= D^2 \end{cases}$$

# Solução Analítica



- Teorema de Pitágoras:

$$(Qx - sx)^2 + (Qy - sy)^2 + D^2 = sx^2 + sy^2 \Rightarrow sx \cdot Qx + sy \cdot Qy = D^2$$

- Q ponto de tangência:  $Qx^2 + Qy^2 = D^2$

$$\begin{cases} sx \cdot Qx + sy \cdot Qy &= D^2 \\ Qx^2 + Qy^2 &= D^2 \end{cases}$$

# Solução Analítica

Após algumas simplificações e fazendo

- $\alpha = \frac{D^2}{sx^2+sy^2}$
- $\beta = \frac{D\sqrt{sx^2+sy^2-D^2}}{sx^2+sy^2}$

obtemos, com  $\epsilon = 1, -1$ :

- $Q_x(\epsilon) = \alpha.sx + \epsilon.\beta.sy$
- $Q_y(\epsilon) = \alpha.sy - \epsilon.\beta.sx$

# Solução Analítica

Após algumas simplificações e fazendo

- $\alpha = \frac{D^2}{sx^2+sy^2}$
- $\beta = \frac{D\sqrt{sx^2+sy^2-D^2}}{sx^2+sy^2}$

obtemos, com  $\epsilon = 1, -1$ :

- $Q_x(\epsilon) = \alpha.sx + \epsilon.\beta.sy$
- $Q_y(\epsilon) = \alpha.sy - \epsilon.\beta.sx$

# Solução Analítica

Após algumas simplificações e fazendo

- $\alpha = \frac{D^2}{sx^2+sy^2}$
- $\beta = \frac{D\sqrt{sx^2+sy^2-D^2}}{sx^2+sy^2}$

obtemos, com  $\epsilon = 1, -1$ :

- $Q_x(\epsilon) = \alpha.sx + \epsilon.\beta.sy$
- $Q_y(\epsilon) = \alpha.sy - \epsilon.\beta.sx$

# Solução Analítica

Após algumas simplificações e fazendo

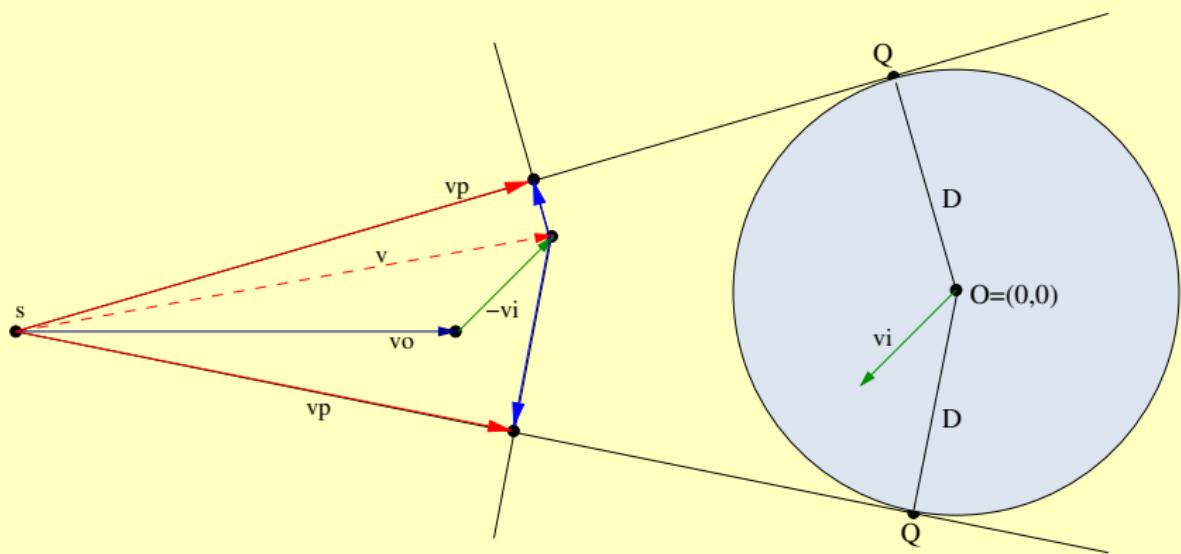
- $\alpha = \frac{D^2}{sx^2+sy^2}$
- $\beta = \frac{D\sqrt{sx^2+sy^2-D^2}}{sx^2+sy^2}$

obtemos, com  $\epsilon = 1, -1$ :

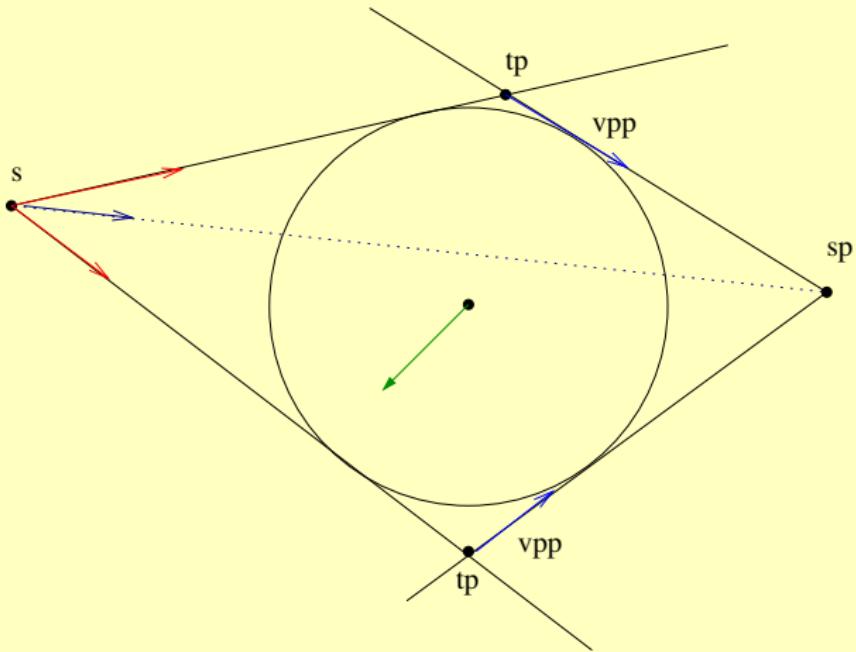
- $Q_x(\epsilon) = \alpha \cdot sx + \epsilon \cdot \beta \cdot sy$
- $Q_y(\epsilon) = \alpha \cdot sy - \epsilon \cdot \beta \cdot sx$

# Solução Analítica

Observe que:  $\begin{cases} vp &= t.(Q - s) \\ vp \cdot u &= 0 \end{cases}$



# Solução Geométrica e Analítica (Recuperação)



$$\vec{v}pp = \frac{1}{tpp - tp}(tpp\vec{v} - tp\vec{v}p)$$

# O que é PVS?

- O PVS ( Prototype Verification System) é um ambiente para especificação e verificação interativa semi-automática desenvolvido, por volta da década de 80, pelo SRI International Computer Science Laboratory;
- O PVS oferece estratégias para provar teoremas não-triviais passo a passo e cada passo que o sistema oferece é logicamente correto;
- O usuário tem que selecionar o comando apropriadamente e fornecer argumentos.

# O que é PVS?

- O PVS ( Prototype Verification System) é um ambiente para especificação e verificação interativa semi-automática desenvolvido, por volta da década de 80, pelo SRI International Computer Science Laboratory;
- O PVS oferece estratégias para provar teoremas não-triviais passo a passo e cada passo que o sistema oferece é logicamente correto;
- O usuário tem que selecionar o comando apropriadamente e fornecer argumentos.

# De que consiste o PVS?

- uma linguagem de especificação baseada sobre lógica de ordem superior fortemente tipada;
- um provador interativo de teoremas baseado sobre cálculo sequente:

$$\Sigma \vdash_{\Gamma} \Delta$$

$\Sigma$ : antecedentes (com rótulo negativo);

$\Delta$ : consequentes (com rótulo positivo);

$\Gamma$ : Contexto.

- uma biblioteca de especificações (teorias) com definições e lemas.

# De que consiste o PVS?

- uma **linguagem de especificação** baseada sobre lógica de ordem superior fortemente tipada;
- um **provador interativo** de teoremas baseado sobre cálculo sequente:

$$\Sigma \vdash_{\Gamma} \Delta$$

$\Sigma$ : **antecedentes** (com rótulo **negativo**);

$\Delta$ : **consequentes** (com rótulo **positivo**);

$\Gamma$ : **Contexto**.

- uma **biblioteca de especificações** (teorias) com definições e lemas.

# De que consiste o PVS?

- uma **linguagem de especificação** baseada sobre lógica de ordem superior fortemente tipada;
- um **provador interativo** de teoremas baseado sobre cálculo sequente:

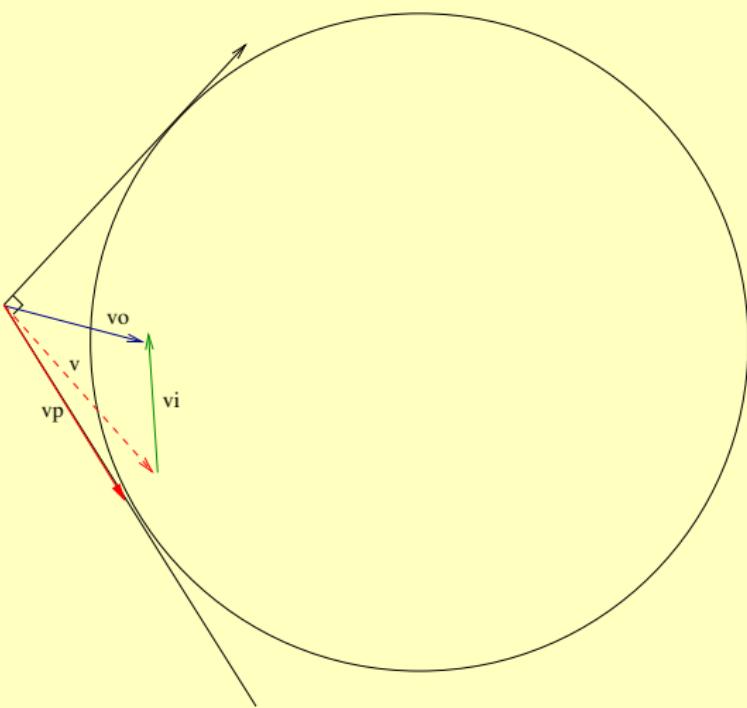
$$\Sigma \vdash_{\Gamma} \Delta$$

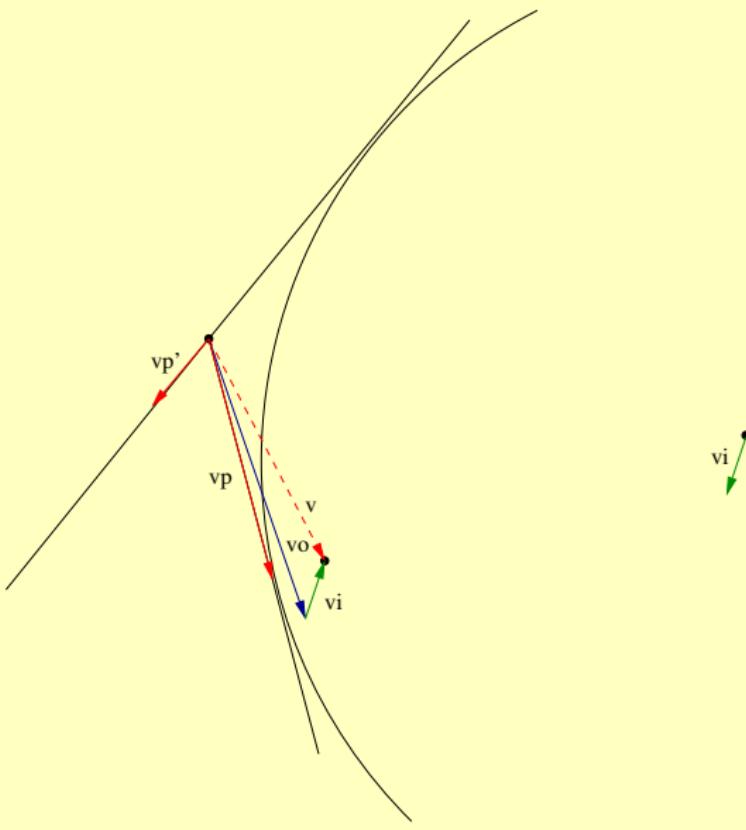
$\Sigma$ : **antecedentes** (com rótulo **negativo**);

$\Delta$ : **consequentes** (com rótulo **positivo**);

$\Gamma$ : **Contexto**.

- uma **biblioteca de especificações** (teorias) com definições e lemas.





# Conclusão e Trabalhos Futuros

- Fez-se as provas geométricas e analíticas do sistema KB2D;
- Fez-se a verificação formal em PVS do sistema KB2D (Escape);
- Resta fazer a verificação formal em PVS do sistema KB2D (Recuperação);
- Desenvolvimento de estratégias de prova da teoria de reescrita no sistema PVS.

# Conclusão e Trabalhos Futuros

- Fez-se as provas geométricas e analíticas do sistema KB2D;
- Fez-se a verificação formal em PVS do sistema KB2D (Escape);
- Resta fazer a verificação formal em PVS do sistema KB2D (Recuperação);
- Desenvolvimento de estratégias de prova da teoria de reescrita no sistema PVS.

# Conclusão e Trabalhos Futuros

- Fez-se as provas geométricas e analíticas do sistema KB2D;
- Fez-se a verificação formal em PVS do sistema KB2D (Escape);
- Resta fazer a verificação formal em PVS do sistema KB2D (Recuperação);
- Desenvolvimento de estratégias de prova da teoria de reescrita no sistema PVS.

# Conclusão e Trabalhos Futuros

- Fez-se as provas geométricas e analíticas do sistema KB2D;
- Fez-se a verificação formal em PVS do sistema KB2D (Escape);
- Resta fazer a verificação formal em PVS do sistema KB2D (Recuperação);
- Desenvolvimento de estratégias de prova da teoria de reescrita no sistema PVS.

# Conclusão e Trabalhos Futuros

- Fez-se as provas geométricas e analíticas do sistema KB2D;
- Fez-se a verificação formal em PVS do sistema KB2D (Escape);
- Resta fazer a verificação formal em PVS do sistema KB2D (Recuperação);
- Desenvolvimento de estratégias de prova da teoria de reescrita no sistema PVS.

# Referências

- V.A. Fernandes. *Detecção e Resolução Formal de Conflitos de Tráfego Aéreo*. Dissertação de Mestrado, Departamento de Matemática, Universidade de Brasília, 2004.
- A. Geser, C. Muñoz and G. Dowek and F. Kirchner. *Air Traffic Conflict Resolution and Recovery*. ICASE Report 2002-12, ICASE, NASA, Langley Research Center, Hampton, Virginia, 2002.
- A. Geser, C. Muñoz and G. Dowek. *Tactical Conflict Detection and Resolution in a 3-D Airspace*. ICASE Report 2001-7, ICASE, NASA, Langley Research Center, Hampton, Virginia, 2001.
- J. Maddalon, R. Butler, A. Geser and C. Muñoz. *Formal Verification of a Conflict Resolution and Recovery Algorithm*. NASA/TP-2004-213015, NASA Langley Research Center, Hampton, Virginia, 2004.
- S. Owre and N. Shankar. *The formal semantics of PVS*. Technical Report SRI-CSL-97-2, Computer Science Laboratory, SRI International, Menlo Park, CA, August 1997.
- N. Shankar, S. Owre, J. M. Rushby, and D. W. J. Stringer-Calvert. *PVS Prover Guide*. Computer Science Laboratory, SRI International, Menlo Park, CA, September 1999.